

## 画像・音響データの品質を向上させるデジタルフィルタの検討と考察

著者	小島 悠貴
発行年	2015
学位授与大学	筑波大学 (University of Tsukuba)
学位授与年度	2014
報告番号	12102甲第7283号
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00129418">http://hdl.handle.net/2241/00129418</a>



画像・音響データの品質を向上させる  
デジタルフィルタの検討と考察

小島 悠貴

システム情報工学研究科

筑波大学

2015 年 3 月

# 目次

0.1	本論文で用いる記号 . . . . .	1
0.2	本論文で用いる頭字語 . . . . .	3
<b>第1章</b>	<b>序論</b>	<b>4</b>
1.1	研究背景 . . . . .	4
1.2	画像フィルタ . . . . .	5
1.3	音響フィルタ . . . . .	7
1.4	本論文の構成 . . . . .	8
<b>第2章</b>	<b>要素技術</b>	<b>10</b>
2.1	1次元信号のサンプリングおよび量子化 . . . . .	10
2.1.1	サンプリング . . . . .	10
2.1.2	離散時間信号からの連続時間信号の復元 . . . . .	11
2.1.3	ADPCM . . . . .	12
2.2	フィルタの設計法およびその特性 . . . . .	14
2.2.1	理想低域通過フィルタ . . . . .	14
2.2.2	バイリニアフィルタ . . . . .	14
2.2.3	バイキュービックフィルタ . . . . .	15
2.2.4	Lanczos フィルタ . . . . .	16
2.2.5	平均値フィルタ . . . . .	18
2.2.6	平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ	19
2.2.7	平均値保存型画像フィルタ . . . . .	20
2.2.8	補正Lanczos フィルタ . . . . .	21
2.2.9	ADPCM再生信号に対するJayanのポスト処理 . . . . .	23
2.2.10	サンプル値制御の音響インターポレーションフィルタへの応用	25

サンプリング定理の仮定に対する問題点 . . . . .	25
サンプル値 $H^\infty$ 制御による音響インターポレーションフィルタの設計 . . . . .	26
2.3 歪みの客観評価手法 . . . . .	29
2.3.1 PSNR . . . . .	29
2.3.2 PEAQ . . . . .	29
<b>第3章 三角多項式による平均値保存型画像フィルタの設計</b>	<b>30</b>
3.1 三角多項式を用いた設計方法 . . . . .	30
3.1.1 設計方法 . . . . .	30
3.1.2 従来方式の導出 . . . . .	31
3.1.3 2次元フィルタへの拡張 . . . . .	33
3.2 有効性の検証 . . . . .	35
3.2.1 予測に用いるブロック数 $L$ の設定 . . . . .	35
3.2.2 $L = 7$ における $\tau$ の設定 . . . . .	36
3.2.3 PSNRによる性能比較 . . . . .	36
3.2.4 主観評価 . . . . .	38
<b>第4章 平均値保存型フィルタの数理的考察</b>	<b>50</b>
4.1 三角多項式による平均値保存型フィルタと理想補間フィルタ . . . . .	50
4.2 平均値保存型画像フィルタと補正Lanczosフィルタ . . . . .	52
<b>第5章 ADPCM再生信号の品質を向上させるポストフィルタ</b>	<b>56</b>
5.1 設計法 . . . . .	56
5.1.1 零位相特性を有するFIRフィルタによる設計 . . . . .	56
5.1.2 短時間的周波数特性による $L$ の切り替え . . . . .	59
5.2 数値実験による有効性の検証 . . . . .	61
5.2.1 評価方法 . . . . .	61
5.2.2 評価 . . . . .	61
<b>第6章 アップサンプリングに起因する折り返し歪みを低減するポストフィルタリングの一考察</b>	<b>64</b>

6.1	ポストフィルタリングの検討 . . . . .	64
6.2	数値実験による有効性の検証 . . . . .	66
6.2.1	実験条件 . . . . .	66
6.2.2	実験結果と考察 . . . . .	67
6.3	まとめ . . . . .	67
<b>第7章</b>	<b>結論</b>	<b>70</b>
7.1	画像フィルタ . . . . .	70
7.2	音響フィルタ . . . . .	70
	<b>参考文献</b>	<b>72</b>
<b>付録A</b>	<b>画像フィルタに関する研究の付録</b>	<b>77</b>
A.1	$L = 5$ における $\tau$ の一次関数 $g(\tau)$ . . . . .	77
A.2	$\tau$ による $L = 7$ の一係数族 . . . . .	79
A.3	1 係数予測式の $\lambda = \frac{1}{4}$ に相当する三角多項式による平均値保存型 フィルタのパラメータ $\tau$ . . . . .	80
A.4	画像フィルタ一覧 . . . . .	81
A.4.1	インパルス応答 $h(t)$ . . . . .	81
A.4.2	周波数応答 $H(f)$ . . . . .	88
<b>付録B</b>	<b>研究業績一覧</b>	<b>93</b>
B.1	本論文に関する研究業績 . . . . .	93
B.2	その他の研究業績 . . . . .	93

# 目次

2.1	くし型の超関数III . . . . .	10
2.2	ADPCMエンコーダ(デコーダは破線部と同一の構造となる) . . . . .	13
2.3	バイリニアフィルタの1次元インパルス応答 . . . . .	15
2.4	バイキュービックフィルタの1次元インパルス応答( $\kappa = -\frac{1}{2}$ ) . . . . .	16
2.5	周波数特性 $H_t(f)$ (実線:理想低域通過フィルタ,破線:平滑化された周波数応答) . . . . .	17
2.6	Lanczosフィルタの1次元インパルス応答( $L = 10$ ) . . . . .	18
2.7	平均値フィルタの1次元インパルス応答( $L = 2$ ) . . . . .	18
2.8	平均画素法で縮小されたデータに対する最適補間フィルタの1次元インパルス応答 . . . . .	19
2.9	交流成分予測 . . . . .	22
2.10	補正Lanczosフィルタの1次元インパルス応答( $L = 10$ ) . . . . .	23
2.11	Jayantの手法のポストフィルタの周波数特性 . . . . .	24
2.12	遮断周波数 $f_c^*$ の定義. 斜線部は信号のパワーが $T$ パーセントの領域 . . . . .	25
2.13	インターポレータの信号復元系 . . . . .	26
2.14	インターポレータ設計の誤差系 . . . . .	27
3.1	対象ブロック $\mu_0$ と水平方向ブロック . . . . .	39
3.2	拡大結果のPSNR( (a)N1 (b)N2 (c)N3 (d)N4 (e)N5 (f)N6 (g)N7 (h)N8 横軸: $\rho$ , 縦軸:PSNR[dB], 各倍率における6つの棒グラフは, 左からバイキュービックフィルタ, 従来方式, アフィン近似 加算型, アフィン近似 乗算型, 三角多項式 加算型, 三角多項式 乗算型に対応) . . . . .	43
3.3	$L$ v.s. PSNR特性曲線 (実線:三角多項式, 破線:アフィン近似) . . . . .	46
3.4	テスト画像 . . . . .	47

3.5	$\tau$ v.s. PSNR特性曲線（実線：三角多項式，破線：アフィン近似）	48
3.6	拡大画像（上がN1，下がN3，左が従来方式，右が三角多項式乗算型に対応）	49
4.1	振幅特性	54
4.2	三角多項式による平均値保存型フィルタのインパルス応答	55
4.3	補正Lanczosフィルタのインパルス応答	55
5.1	原信号と量子化雑音の周波数スペクトルの例示（太線：原信号，細線：量子化雑音）	57
5.2	提案方式によるポストフィルタの周波数特性 $H_L(f)$	59
5.3	表2のS1-S3の短期的なカットオフ周波数 $f_c^*$ の度数分布( $T = 10^{-3}$ percent)	62
5.4	ODG Score(×:ポストフィルタなし，□:従来方式，△:提案方式)	63
6.1	原信号の周波数特性の一例	65
6.2	音質評価のブロック図，破線部は提案手法のみ必要である。	66
6.3	ODG Score. ×:[手法1]山本らの手法，△:[手法2]理想フィルタ打切り，□:[手法3]理想フィルタ打切りとポストフィルタの併用，タップ長: $2^n - 1$	69
A.1	平均値フィルタ（実線： $L = 1$ ，破線： $L = 2$ ）	81
A.2	バイリニアフィルタ	82
A.3	バイキュービックフィルタ( $\kappa = -\frac{1}{2}$ )	82
A.4	Lanczosフィルタ( $L = 10$ )	83
A.5	理想低域通過フィルタ	83
A.6	1係数 $\lambda$ による平均値保存型フィルタ（破線： $\lambda = \frac{1}{4}$ ）およびそれに対応する三角多項式による平均値保存型フィルタ（実線： $\tau \simeq 0.0648$ ）	84
A.7	平均値保存型フィルタ( $L = 7, \tau = -0.04$ )	85
A.8	補正Lanczosフィルタ( $L = 10$ )	86
A.9	平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ	87
A.10	平均値フィルタ（実線： $L = 1$ ，破線： $L = 2$ ）	88

A.11 バイリニアフィルタ . . . . .	89
A.12 バイキュービックフィルタ ( $\kappa = -\frac{1}{2}$ ) . . . . .	89
A.13 Lanczos フィルタ ( $L = 10$ ) . . . . .	90
A.14 理想低域通過フィルタ . . . . .	90
A.15 1 係数 $\lambda$ による平均値保存型フィルタ (破線: $\lambda = \frac{1}{4}$ ) およびそれに対 応する三角多項式による平均値保存型フィルタ (実線: $\tau \simeq 0.0648$ ) .	91
A.16 平均値保存型フィルタ ( $L = 7, \tau = -0.04$ ) . . . . .	91
A.17 補正 Lanczos フィルタ ( $L = 10$ ) . . . . .	92
A.18 平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ . . . . .	92

# 表 目 次

2.1	5段階劣化尺度 . . . . .	29
3.1	テスト画像の内要 . . . . .	34
3.2	画像サイズと倍率 . . . . .	35
3.3	数値評価結果 (i)バイキュービックフィルタ, (ii)従来方式, (iii)アフィン近似 加算型, (iv)アフィン近似 乗算型, (v)三角多項式 加算型, (vi)三角多項式 乗算型) . . . . .	44
4.1	三角多項式による平均値保存型フィルタと補正Lanczosフィルタの比較	53
5.1	提案方式によるポストフィルタ $h_L[n]$ の係数値 . . . . .	59
5.2	実験に用いたデジタル信号の内容 . . . . .	60
5.3	実験条件 . . . . .	60
6.1	提案手法の実験条件 . . . . .	67



## 0.1 本論文で用いる記号

- $\mu_n$  離散時間信号の  $n$  サンプル目のサンプル値およびそれに対応する画素領域
- $\mu'_n$  離散時間信号  $\mu_n$  の再構成信号 (ADPCM 出力信号)
- $\hat{\mu}_n$  離散時間信号の線形予測による  $n$  サンプル目の予測値
- $d_n$  原信号  $\mu_n$  と予測信号  $\hat{\mu}_n$  の差分による離散時間信号
- $\nu_n$   $n$  サンプル目の ADPCM 出力信号
- $t$  一次元信号の時間,  $t \in \mathbb{R}$
- $f$  一次元信号の周波数
- $x$  二次元信号の水平座標,  $x \in \mathbb{R}$
- $y$  二次元信号の垂直座標,  $y \in \mathbb{R}$
- $L$  一次元のフィルタ処理で参照するサンプル数 (タップ長)
- $a_n$  三角多項式の偶関数側係数
- $b_n$  三角多項式の奇関数側係数
- $P_k$  拡大後画素  $k$  に対応する領域
- $A(P_k)$   $P_k$  の面積
- $Q$  適応量子化関数
- $\alpha_A$  加算型の二次元画像曲面
- $\alpha_B$  乗算型の二次元画像曲面

- $\kappa$  バイキュービックフィルタの特性を決める係数
- $\lambda$  交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの特性を決める係数
- $\tau$  三角多項式による平均値保存型フィルタの特性を決める係数
- $\theta_k$  予測のために参照する $k$ サンプル前の信号に対する係数
- $\rho_k$  拡大対象画像 $I_k$ に対する拡大倍率
- $T$  フィルタ選択のための周波数比パラメータ
- $K(z)$  サンプル値 $H^\infty$ 制御に基づく設計によるフィルタのインパルス応答の $z$ 変換
- $u$  任意の連続な実関数 $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- $v$   $u$ の不定積分
- $\tilde{u}$   $u$ の近似関数
- $\hat{u}$   $u$ のアフィン近似関数
- $h$  インパルス応答関数
- $H$   $h(t)$ のフーリエ変換によって得られる周波数応答関数
- $u * h$   $u$ と $h$ の畳み込み積分によって得られる関数
- $\delta$  ディラックのデルタ関数
- $\psi$  デイガンマ関数
- $\psi'$  トリガンマ関数
- $\text{rect}$  矩形関数

- sinc sinc 関数
- III くし形の超関数

## 0.2 本論文で用いる頭字語

- AD変換 analog to digital conversion: アナログ・デジタル変換
- ADPCM adaptive differential pulse code modulation: 適応的差分パルス符号変調
- FIR finite impulse response: 有限インパルス応答
- IIR infinite impulse response: 無限インパルス応答
- ODG objective difference grade: 客観品質劣化度合
- PEAQ perceptual evaluation of audio quality: オーディオ品質の知覚評価法

# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

近年の計算機科学技術の発達により、アナログレコードディスクや銀塩フィルム等のアナログコンテンツ記憶媒体の多くは利便性に優れるデジタル記憶媒体に置き換わり、現在、世界にはデジタルコンテンツが大量に流通・蓄積されている。

デジタルコンテンツは製作時期は環境によって状態が多様で、古い画像コンテンツほど解像度が低かったり、古い音楽コンテンツほどサンプリングレートが低かったりなどの傾向がある。また、コンテンツによっては歪み圧縮などにより劣化が生じている場合もある。一方、デジタルコンテンツ再生環境も多様化しており、例えば画像再生装置は携帯電話のように小さなディスプレイから4kの様々な解像度のディスプレイが存在し、音楽再生装置ではゲームのように遅延のない多数同時再生を要求する環境もある。さらに、インターネットはじめとする配信インフラの充実が多様な状態のデジタルコンテンツとこれを結び付けた。結果、多様なコンテンツ状態と環境の組み合わせでデジタルコンテンツを高品質に再現するためのデジタル信号処理技術[1]が必要とされている。

デジタル画像処理においては、液晶ディスプレイをはじめとする表示装置の多様化に伴い、様々な環境に適する解像度へデータを変換するサンプリングレート変換技術が注目されている。

デジタル音響処理においてはサンプリングレート変換の他、多数同時

再生を可能とする軽量のコーデックの需要がある。

いずれの技術も処理過程で歪みを生じ、その影響を軽減するデジタルフィルタはコンテンツを高品質に再現するための重要な要素技術である。

## 1.2 画像フィルタ

AD変換およびサンプリングレート変換による歪み サンプリング定理によればナイキスト周波数以下の信号に歪みを生じない理想的なAD変換やサンプリングレート変換（画像の拡縮）は、

- ナイキスト周波数以下への信号の帯域制限
- サンプリング

の2つの操作を理想的に行うことが必要とされるが、AD変換では後者、リサンプリングでは前者の過程の実現が問題となる。AD変換時のサンプリングでは、デジタルカメラを用いた観測においてイメージセンサの画素サイズより微細な空間構造が欠落してしまうように、現実でアナログ信号からある点だけの値を読み取る理想的なサンプリングは不可能であるため、平均化に類する歪みを常に伴うことになる。リサンプリングでは理想低域通過フィルタによって帯域制限を行う必要があるが、フィルタカーネルの台が有界ではないため実現不可能であり、その打ち切りによるフィルタも大きな演算量が必要とされる。そのため、画像の縮小には画素の面積比を考慮して平均を計算する平均画素法[2]、画像の拡大にはバイリニアフィルタ[3][4]、バイキュービックフィルタ[5]、Lanczosフィルタ[6]が広く用いられている。

これに対し文献[7]では、平均画素法が周波数スペクトルに対して平均化による歪みを与えることを明らかにし、代表的な画像拡大フィルタ[3]-[6]はその影響が考慮されていない問題を指摘している。

平均画素法に基づき縮小されたデータに対する画像拡大フィルタ 1970年代から始まった画像圧縮の研究においては，画像ブロックの平均値を保存しつつ，ブロック上の画素値を推定する交流成分予測[8]-[15]が検討されており，これらの知見に基づいた上記の問題へのアプローチが考えられる．文献[16]は，段階的交流成分予測[13]-[15]を用いて，複数画素を並列処理できる予測式と任意倍率で画像を拡大する計算方法を検討することで，十字近傍画素を用いる平均値保存型フィルタを提案している．さらに文献[17]では，従来の交流成分予測やそれに基づく平均値保存型フィルタのバリエーションが，その導出過程で注目する子ブロックの位置に依存して定義される予測式が異なるために生じていることを指摘し，予測フィルタ[13]-[16]を一般化した8画素十字近傍予測フィルタの一係数族を提案した．加えて，画像曲面に依って予測フィルタの性能が変化することを解析的に示している．本論文では，さらに多くの画素を予測に用いる平均値保存型フィルタの設計法を提案し，設計されたフィルタの性能を考察する．

平均値保存型フィルタとは異なるアプローチとして，森屋らは平均画素法によるダウンサンプリングは理想低域通過フィルタを施した場合に比べて高周波帯域のエネルギーが減衰するという問題に注目し，その影響を考慮した理想補間フィルタ[18]を導出している．加えて，Lanczosフィルタを高周波帯域減衰の観点から改良した補正Lanczosフィルタを提案している．本論文では，平均値保存型フィルタと理想フィルタおよび補正Lanczosフィルタの特性を比較し，それぞれの関係を明らかにする事を課題とする．

ところで，デジタル画像の拡大はサンプリング間隔を狭くすることと等価であり，拡大元画像には存在しない高周波帯域が拡張されることになる．この高周波帯域の推定を伴うことによって鮮鋭な画像を得る拡大法として，時間や空間的に隣接した複数枚の画像を用いて推定する方法[19][20]や事前の知識や自己相似性を用いて推定する方法[21]-[24]が報告されてい

る．高周波帯域の推定を伴わない平均値保存型フィルタ[13]-[17]は特に輪郭近傍に位置する画素で画像が不鮮鋭になることが指摘されているが，平均値保存を考慮したオーバ・アンダシュートの抑制[25]およびデリングングフィルタ[26]の併用により高周波帯域を復元することでこの問題点を改善している．なお，本論文の画像拡大に関する議論はナイキスト周波数までの周波数帯域の復元に焦点を絞り，欠落した高周波帯域の推定は扱わないものとする．

### 1.3 音響フィルタ

ディジタル音響処理においてはアミューズメント用途向けに多数の音響信号を同時に遅延なく再生できるコーデックの需要があり，小規模な回路によるハードウェア実装と高速なデコードが可能な適応差分符号化方式(ADPCM)[27]-[30]が広く用いられている．しかし，同程度のデータ圧縮比で比較した場合，ADPCMはMP3等の変換符号化方式のコーデックよりも品質が劣る．

この問題に対し，ポストフィルタリングにより品質を改善する手法[31]がJayantにより報告されている．同手法はエンコード時に生じた量子化雑音の影響をディジタルフィルタにより軽減するものであるが，人間の音声を対象に設計されているため，複雑な周波数特性を有する楽音に対しては有効性が議論されていない．本論文では，ADPCMエンコードにより生じる量子化雑音と楽音の周波数スペクトルの傾向を考察し，音質向上に有効なフィルタを提案する．提案したフィルタの有効性は数値的手法によりJayantのフィルタと比較することで示す．なお，本論文での音質評価は，PEAQ客観評価手法[32]による数値実験により行う．

音響フィルタの別の応用としてサンプリングレート変換があり，画像の

拡大技術と同様に重要な技術のひとつである。サンプリングレート変換はサンプリングレートが異なる音声規格間の変換のみならず、帯域分割によりそれぞれの帯域を独立に処理するサブバンド信号処理にも用いられる。

アップサンプリングとADPCMエンコードは、高音域にノイズが発生するという観点で類似している。本論文ではサンプリングレート変換器の中でも特にインターポレータを取り上げ、インターポレータのポスト処理としてADPCMの量子化雑音の影響軽減のためのポスト処理を用いることで、サンプリングレート変換後の音質を向上させられる事を示す。

加えて、サンプル値 $H^\infty$ 制御理論[33]-[40]により設計されたデジタルフィルタと比較を行うことでフィルタ特性の何が音質に大きな影響を与えるのかを考察する。従来、サンプリングレート変換には折り返し歪みの発生を防ぐため急峻な特性のフィルタを用いることが一般的で、緩やかな特性のフィルタを用いた場合には音質が劣化してしまうと考えられてきた。これに対し、山本らはサンプル値 $H^\infty$ 制御理論によるデジタルフィルタの設計を行い、急峻な特性のフィルタは必ずしも必要ではないという結果を報告している。

## 1.4 本論文の構成

本論文ではデジタルフィルタ技術の基礎を説明し、その画像信号処理への応用として平均値保存型フィルタの改良法の提案と性能に対する考察を行う。音響信号処理への応用としてADPCMエンコードによって生じる量子化歪みとアップサンプリングによって生じる歪みの影響を軽減するフィルタの検討をそれぞれ行う。

以降第2章では、サンプリング定理に基づく理想的なサンプリングおよび連続信号の復元方法を説明し、これらを組み合わせることによりリサン



プリングが実現されることを解説する．また音声を効率よく符号化する手段としてADPCMを概説する．次に，サンプリングや量子化によって生じる歪みを取り除くための要素技術であるフィルタおよびその設計法と歪みの客観評価法を説明する．

第3章では，従来の平均値保存型フィルタを一般化し，さらに性能の高いフィルタの提案を行う．従来の平均値保存型フィルタは画像曲面の構造から幾何的に導出されており，十字近傍に含まれる画素数に関する一般的設計方法が与えられていない．また，画像曲面の局所構造を区分的平面で近似するため，画素値の変化が激しく非線形性の強い画像曲面で予測性能が劣化する問題がある．本論文では，従来のアフィン特性に加えて三角多項式による非線形特性と2乗誤差評価を用いることで，8画素近傍のフィルタ係数族を理論的に導出した上で，12画素近傍でのフィルタを設計する．また，縦・横方向の関数関係に積の形式を導入することで改良を行う．

第4章では，平均縮小による影響を考慮して設計された2つの画像フィルタを比較する．補正Lanczosフィルタは周波数特性による仮定から導出されるのに対し，平均値保存型画像フィルタは画像曲面の幾何学的な仮定から導出されている．本論文では，両者の関係を明らかにし，補間画像曲面の幾何学的特徴および周波数特性を考察する．

第5章では，楽音の周波数スペクトルとADPCMのエンコード時に発生する量子化雑音の関係を考察したうえで，楽音の音質を向上させるポストフィルタの設計法を提案する．加えて，楽音の短時間的な周波数特性に合わせてフィルタを切り替える手法を検討する．

第6章では，第5章で提案したポストフィルタのメカニズムがサンプリングレート変換で除去すべき折り返し歪み対してどのように作用するかを議論し，その効果を検証する．

最後の第7章にて本研究の成果を総括し，結言を述べる．

## 第2章 要素技術

### 2.1 1次元信号のサンプリングおよび量子化

#### 2.1.1 サンプリング

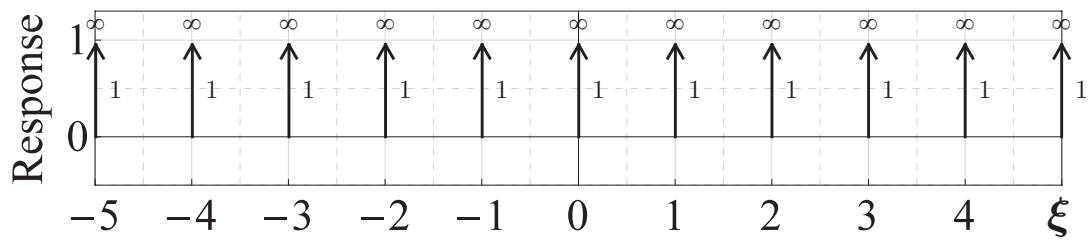


図 2.1: くし型の超関数 III

サンプリングとは，任意の連続関数  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  で表現される連続時間信号からある一点のみの値を周期的に取り出すことにより離散時間信号を得る操作である．本論文では簡単化のためサンプリング周期を1とし，図2.1に示すくし型の超関数

$$\text{III}(\xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - k)$$

を連続時間信号に乗じる操作をサンプリングと定義する．よってサンプリングによって得られる離散時間信号は

$$u(t)\text{III}(t)$$

と連続時間空間で表現する．ここで $\delta$ は $u$ に対して

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(\xi)\delta(\xi)d\xi = u(0) \quad (2.1)$$

を満たすディラックのデルタ関数と呼ばれる超関数である．

### 2.1.2 離散時間信号からの連続時間信号の復元

サンプリング定理によれば，原信号 $u(t)$ のフーリエ変換による周波数スペクトルが

$$\sup\{f \in \mathbb{R} \mid U(f) \neq 0\} < \frac{1}{2} \quad (2.2)$$

を満たすようなサンプリングが行われた場合，サンプリングされた信号 $u(t)\text{III}(t)$ から $u(t)$ を復元することができる．まず，くし型関数 $\text{III}$ のフーリエ変換は

$$\text{III}(f) = \mathcal{F}[\text{III}(t)](f)$$

となるため，サンプリング信号の周波数スペクトルは畳み込み積分を用いて

$$(U * \text{III})(f) = \mathcal{F}[u(t)\text{III}(t)](f)$$

と表現される．なお，本論文ではフーリエ変換および逆フーリエ変換を

$$\begin{aligned} U(f) &= \mathcal{F}[u(t)](f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)e^{-2\pi itf}dt \\ u(t) &= \mathcal{F}^{-1}[U(f)](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(f)e^{2\pi itf}df \end{aligned}$$

と定義する．また，関数  $u$  と  $h$  の畳み込み積分は  $u * h$  と表記し，

$$(u * h)(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)h(\xi - x)dx$$

と定義する．サンプリングされた信号の周波数スペクトル  $(U * \text{III})(f)$  は原信号の周波数スペクトル  $U(f)$  が周期1で繰り返しあらわれるので，矩形窓

$$\text{rect}(\xi) = \begin{cases} 1, & |\xi| < \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.3)$$

で切り出すことにより元の信号を

$$U(f) = (U * \text{III})(f)\text{rect}(f)$$

と復元できる．

さらに復元された連続時間信号に対し，再びサンプリングを行うことにより，リサンプリングが実現される．

### 2.1.3 ADPCM

ADPCMは予測係数と量子化幅を適応的に変更する時間領域符号化手法である．ADPCMのコーデックとして，ITUが音声を対象に標準化したG.726 [27]や，IMA-ADPCM [29]などが挙げられるが，本論文ではMicrosoft社が制定した汎用のコーデックであるMS-ADPCM [30]を使用する．

ADPCMエンコーダのブロック図を図2.2に示す．サンプル  $n$  における予測離散信号  $\hat{\mu}_n$  は過去の再生信号  $\mu'_{n-1}, \mu'_{n-2}$  及び予測係数  $\theta_1, \theta_2$  を用いた

$$\hat{\mu}_n = \sum_{k=1}^2 \theta_k \mu'_{n-k} \quad (2.4)$$

によって求められる．ここで予測信号  $\hat{\mu}_n$  と原信号  $\mu_n$  との差である差分信号  $d_n$  は

$$d_n = \mu_n - \hat{\mu}_n \quad (2.5)$$

となるため，適応量子化関数を  $Q$ ，適応逆量子化関数を  $Q^{-1}$  とすると，ADPCM 出力信号  $\nu_n$  及び再生信号  $\mu'_n$  は次の式で表される．

$$\nu_n = Q(d_n) \quad (2.6)$$

$$\mu'_n = Q^{-1}(\nu_n) + \hat{\mu}_n \quad (2.7)$$

デコードは，ADPCM 出力信号  $\nu_n$  を入力とし，エンコードと同様の予測式 (2.4) を用いて  $\mu'_n$  を算出することにより行われる (図 2.2 破線部)．

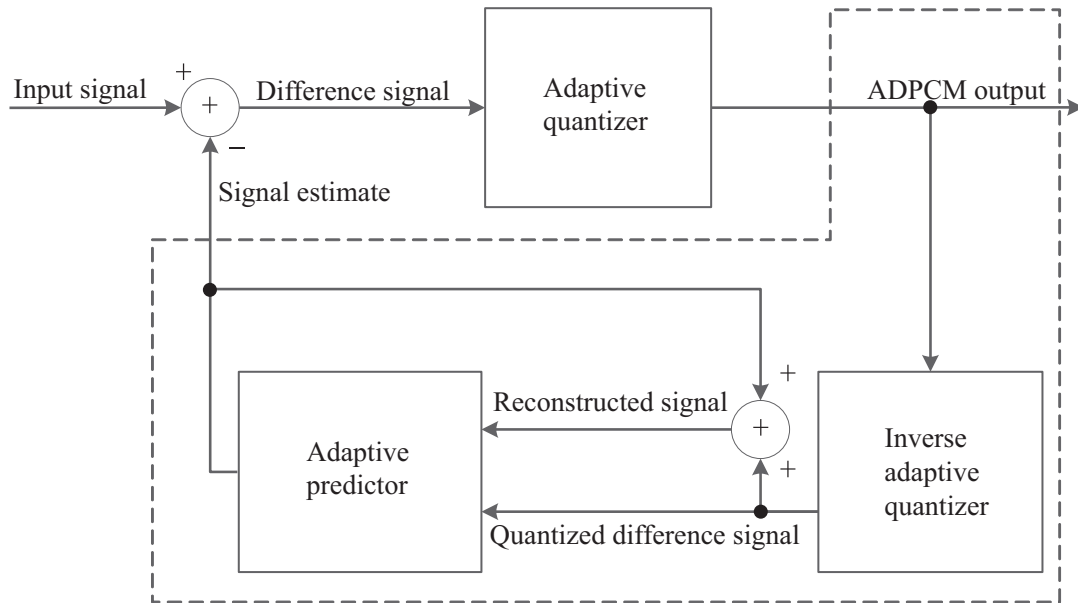


図 2.2: ADPCM エンコーダ (デコーダは破線部と同一の構造となる)

## 2.2 フィルタの設計法およびその特性

### 2.2.1 理想低域通過フィルタ

離散時間信号から連続時間信号を復元するにはナイキスト周波数以下を忠実に通過させ、それ以外の帯域を完全に遮断する理想低域通過フィルタ

$$H(f) = \text{rect}(f) \quad (2.8)$$

が必要となることは前の節で述べたとおりである。

これを逆フーリエ変換することでインパルス応答

$$h(t) = \text{sinc}(t) \quad (2.9)$$

が得られ、これを時間領域で畳み込み積分する低域通過フィルタが考えられるが、この台は有界でないため一般的に実現不能である。なお  $\text{sinc}$  を

$$\text{sinc}(\xi) = \frac{\sin(\pi\xi)}{\pi\xi} \quad (2.10)$$

と定義する。

### 2.2.2 バイリニアフィルタ

バイリニアフィルタ [3][4] は、サンプル間を直線で結ぶ補間を行うフィルタである。インパルス応答

$$h(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| < 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.11)$$

を離散時間信号に畳み込み積分することで実現できる．インパルス応答のグラフを図2.3に示す．

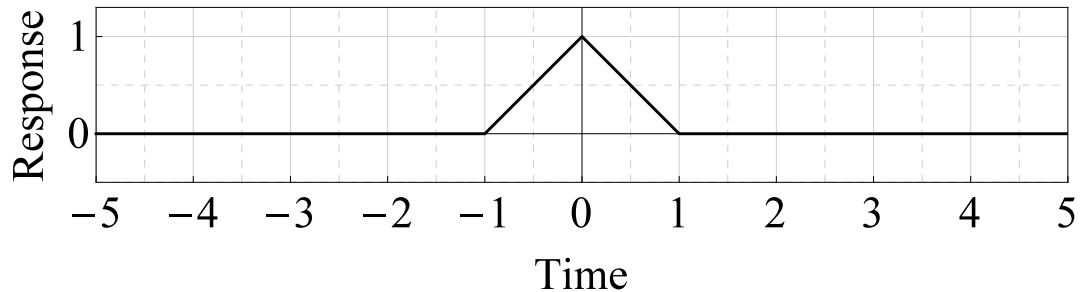


図 2.3: バイリニアフィルタの1次元インパルス応答

なお、画像に適用する場合2次元フィルタを構成する必要があるが、フィルタ処理を縦方向と横方向に分離できると仮定した場合、縦方向と横方向を乗算したインパルス応答

$$h(x)h(y)$$

を考えることで2次元フィルタを構成できる[1]．以降に挙げる1次元フィルタからも同様の方法で2次元フィルタを構成することができる．

なお、バイリニアフィルタを画像に適用する場合、最大で周囲4画素を参照することになる．

### 2.2.3 バイキュービックフィルタ

バイキュービックフィルタ[5]は、サンプル間を3次までの多項式曲線で結ぶ補間を行うフィルタである．サンプル点においては1次微分が零となり

滑らかに接続されるように設計されている．インパルス応答

$$h(t) = \begin{cases} (\kappa + 2)|t|^3 - (\kappa + 3)|t|^2 + 1, & |t| < 1, \\ \kappa|t|^3 - 5\kappa|t|^2 + 8\kappa|t| - 4\kappa, & 1 \leq |t| < 2, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

を離散時間信号に畳み込み積分することで実現できる．ここで $\kappa$ は補間特性を調節する係数である． $\kappa = -\frac{1}{2}$ とした場合のインパルス応答のグラフを図2.4に示す．

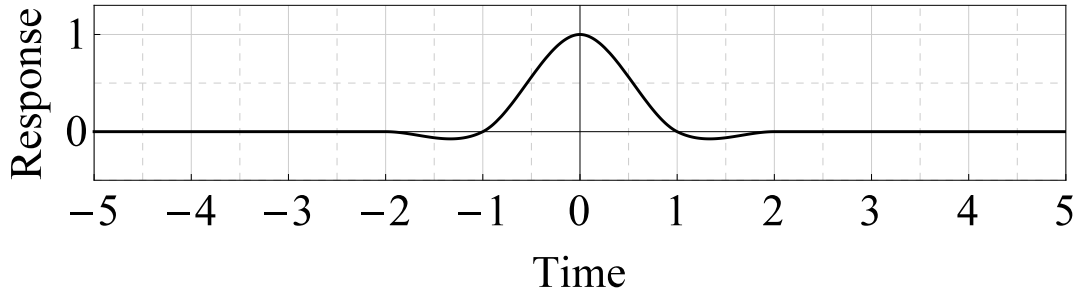


図2.4: バイキュービックフィルタの1次元インパルス応答 ( $\kappa = -\frac{1}{2}$ )

バイキュービックフィルタを画像に適用する場合，最大で周囲16画素を参照することになる．

#### 2.2.4 Lanczos フィルタ

Lanczos フィルタ [6] は，sinc 関数に窓関数を乗じることで構成した低域通過フィルタである．ナイキスト周波数より低い周波数の信号  $|f| < \frac{1}{2}$  を通過させ



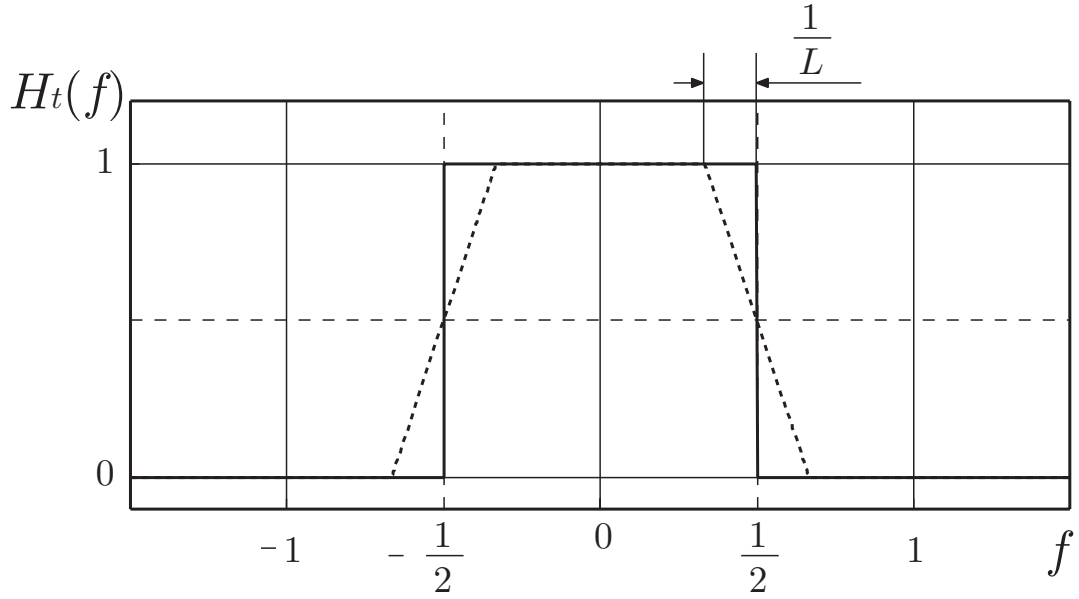


図 2.5: 周波数特性  $H_t(f)$  (実線: 理想低域通過フィルタ, 破線: 平滑化された周波数応答)

る理想低域通過フィルタ  $\text{rect}(f)$  に  $\text{rect}(\frac{Lf}{2})$  を畳み込み平滑化した周波数特性

$$H_t(f) = \begin{cases} 1, & |f| < \frac{1}{2} - \frac{1}{L}, \\ \frac{2+(1-2|f|)L}{4}, & \frac{1}{2} - \frac{1}{L} \leq |f| < \frac{1}{2} + \frac{1}{L}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

を逆フーリエ変換することにより,

$$\mathcal{F}^{-1}[H_t(f)](t) = \text{sinc}(t) \cdot \text{sinc}\left(\frac{2t}{L}\right)$$

を得る (図 2.5 参照). これを区間  $(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$  で打ち切った

$$h(t) = \begin{cases} \text{sinc}(t) \cdot \text{sinc}\left(\frac{2t}{L}\right), & |t| < \frac{L}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

を輝度数列  $m$  に畳み込み積分することで補間を行う.

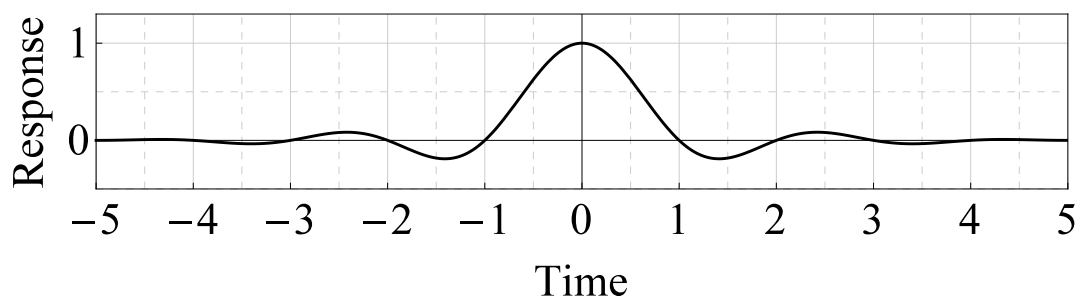


図 2.6: Lanczos フィルタの1次元インパルス応答 ( $L = 10$ )

### 2.2.5 平均値フィルタ

平均画素法で縮小するとき用いられる低域通過フィルタで，縮小率を整数比  $\frac{1}{L}$  とするとき，対応する画素範囲の平均値を得る

$$h(t) = \frac{1}{L} \text{rect}\left(\frac{1}{L}t\right)$$

を畳み込み積分する．また，これを周波数変換すると

$$H(f) = \text{sinc}(Lf).$$

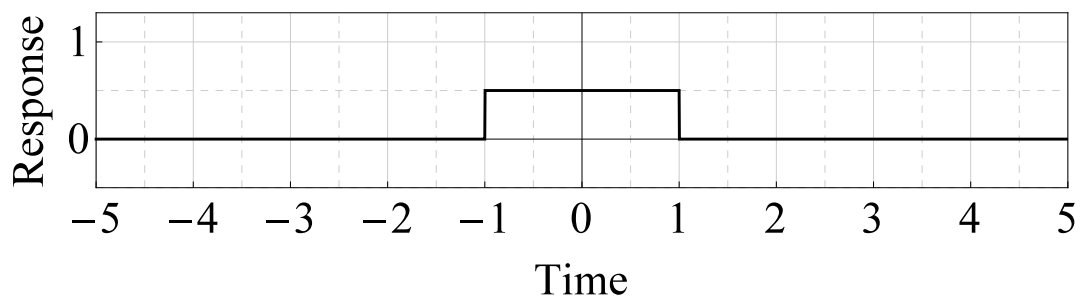


図 2.7: 平均値フィルタの1次元インパルス応答 ( $L = 2$ )

### 2.2.6 平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ

文献[18]では，平均画素法で縮小されたデータはその縮小過程で用いられた低域通過フィルタによる高周波帯域への影響が残留することを指摘し，それを補正する周波数特性

$$H(f) = \text{rect}(f) \text{sinc}^{-1}(f) \quad (2.12)$$

を逆フーリエ変換した理想補間フィルタ

$$h(t) = \frac{(\psi'(\frac{1+2t}{4}) - \psi'(\frac{3+2t}{4})) \cos(\pi t)}{4\pi} + \frac{(-\psi(\frac{1+2t}{4}) + \psi(\frac{3+2t}{4})) \sin(\pi t)}{2} \quad (2.13)$$

を導出している．ここで， $\psi$ および $\psi'$ はそれぞれディガンマ関数およびトリガンマ関数を示す．なお，式(2.13)の台は有界でないため，ほとんどの場合この補間フィルタの実装は不能である．本論文ではこの補間フィルタを理想補間フィルタと呼び，同じく台が有界でない理想低域通過フィルタと区別する．

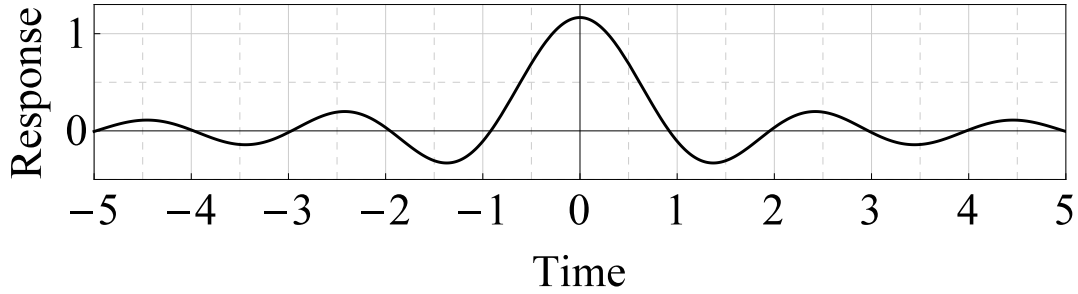


図 2.8: 平均画素法で縮小されたデータに対する最適補間フィルタの1次元インパルス応答

### 2.2.7 平均値保存型画像フィルタ

まず、各画素領域を  $\mu_n := [-\frac{1}{2} + n, \frac{1}{2} + n]$  と置き、説明を簡単にするために同じ記号を用いて、対応するサンプルの係数  $\mu_n$  を原信号  $u$  との連続時間空間における離散時間信号の関係式

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (\mu_k \delta(t - k)) = (u * \text{rect})(t) \text{III}(t)$$

により定義する。なお、この式の右辺は原信号  $u$  に対して平均値フィルタを畳み込み積分したのちにサンプリングを行ったものになっており、係数  $\mu_n$  は  $u$  の対応する領域  $\mu_n$  の直流成分に一致する。

交流成分予測[13]は、処理対象画素の直流成分  $\mu_0$  と近傍画素の中心値  $\mu_{\pm k}$  の差分

$$\Delta_k = \mu_k - \mu_{-k} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

を用いて、 $\mu_0$  上の子ブロック  $\{\mu_0^-, \mu_0^+\}$  の直流成分

$$\begin{aligned} \mu_0^- &= \mu_0 - \frac{\Delta_1}{8}, \\ \mu_0^+ &= \mu_0 + \frac{\Delta_1}{8} \end{aligned} \tag{2.14}$$

を予測することで画像を2倍に拡大する処理である（図2.9参照）。ここで、“中心値”とは無限解像度において画素の中心に位置する画素値を意味する。ただし、真の値は未知であるため、これを画素の直流成分  $\mu_n$  で近似する。

文献[16]はさらに遠い画素の差分  $\Delta_2$  を用いることでより性能の高い交流

成分予測式

$$\begin{aligned}\mu_0^- &= \mu_0 - \frac{8\Delta_1 - \Delta_2}{48}, \\ \mu_0^+ &= \mu_0 + \frac{8\Delta_1 - \Delta_2}{48}\end{aligned}\tag{2.15}$$

を導出している．さらに，文献[17]は，式(2.14)と(2.15)を一般化し，各々を  $\lambda = 1$  と  $\frac{1}{2}$  で実現する  $\lambda \in [0, 1]$  についての 1 係数族予測式

$$\begin{aligned}\mu_0^- &= \mu_0 - \frac{4\Delta_1 + (\lambda - 1)\Delta_2}{16(\lambda + 1)}, \\ \mu_0^+ &= \mu_0 + \frac{4\Delta_1 + (\lambda - 1)\Delta_2}{16(\lambda + 1)}\end{aligned}\tag{2.16}$$

を導出している．

文献[16]では，交流成分予測が図2.9に示す  $\mu_0$  の中心点をその直流値で通過する区分直線

$$\hat{u}(t) = \mu_0 + \frac{4\Delta_1 + (\lambda - 1)\Delta_2}{4(\lambda + 1)}t\tag{2.17}$$

から子ブロックの直流値を読み取る補間方式であることを指摘し，同式による補間を平均値保存型フィルタと定義することで，任意倍率に適用可能にした．ここで， $\hat{u}(t)$  の平均値は

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \hat{u}(t)dt = \mu_0$$

を満足し，対象画素の直流値  $\mu_0$  が保存されていることに注意する．

### 2.2.8 補正 Lanczos フィルタ

平均画素法に対する理想補間フィルタの伝達関数の式(2.12)による知見より，Lanczos フィルタの周波数特性  $H_t(f)$  に対し，平均画素法によって減衰し

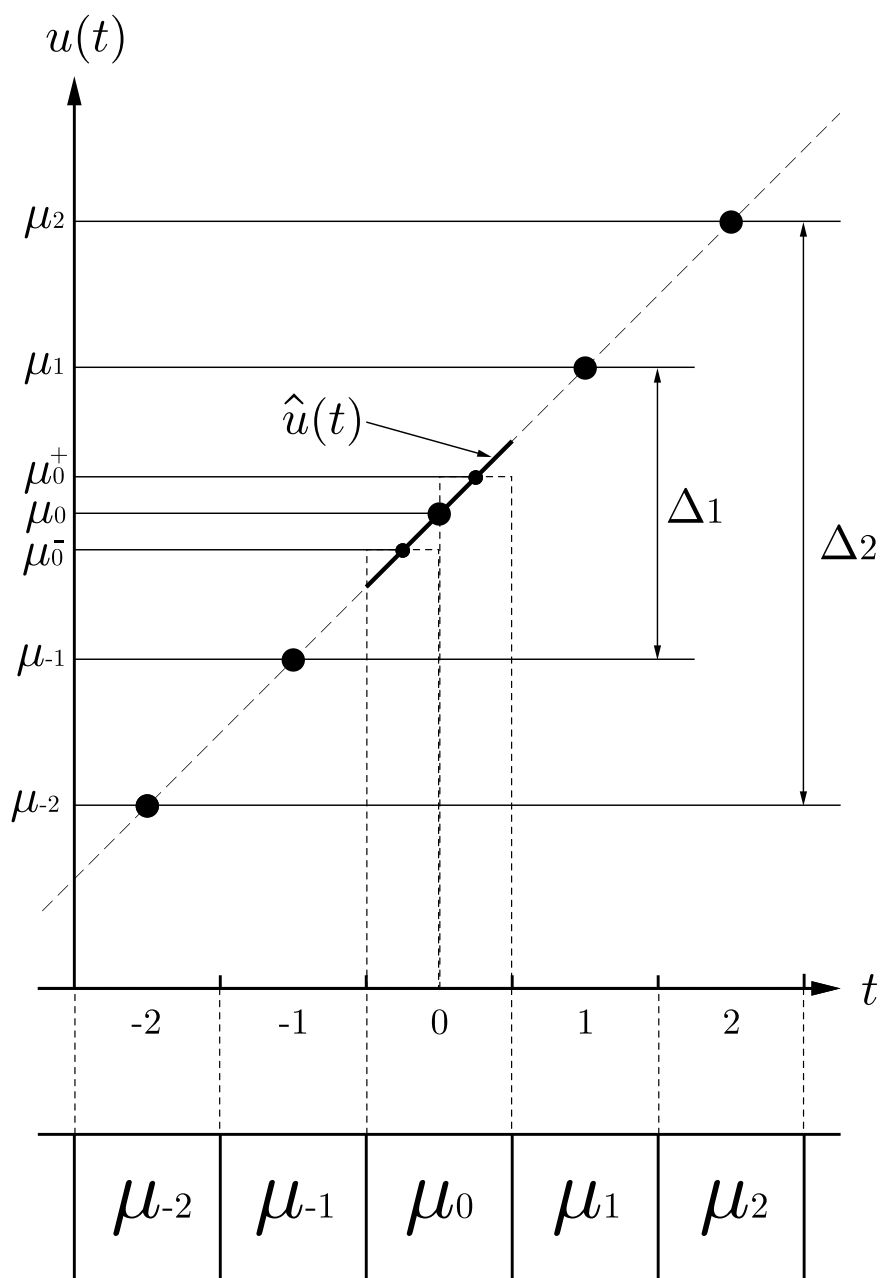


图 2.9: 交流成分予測

た高周波成分を補正する  $\text{sinc}^{-1}(f)$  を乗じて逆フーリエ変換したものを区間  $(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$  で打ち切った

$$h(t) = \begin{cases} \mathcal{F}^{-1}[H_t(f)\text{sinc}^{-1}(f)](t), & |t| < \frac{L}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.18)$$

を輝度数列  $m$  に畳み込み積分することで補間を行う。

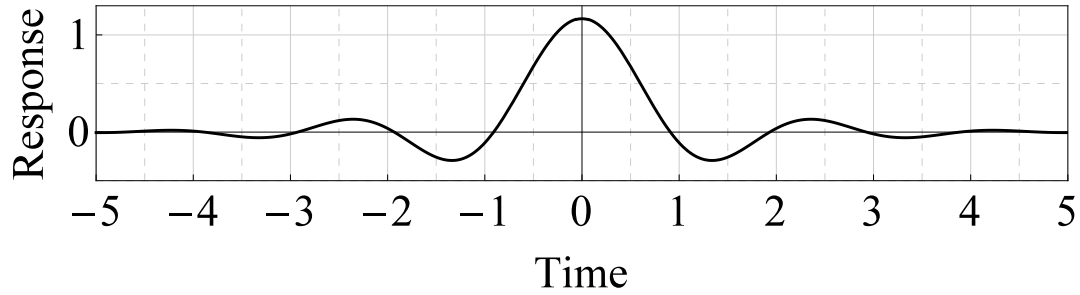


図 2.10: 補正 Lanczos フィルタ の 1 次元インパルス応答 ( $L = 10$ )

文献[18]は、式(2.18)による補間が Lanczos フィルタによる補間に比べ、主観的にも数値的にも画品質が向上することを報告している。

### 2.2.9 ADPCM再生信号に対する Jayan のポスト処理

ADPCMによる音声の再生信号に対し、Jayanは短期的な周波数特性に応じてフィルタを適応的に選択することで品質を向上させる手法[31]を報告している。同手法は理想低域通過フィルタ

$$H_i(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

を打ち切ったタップ長33のFIRフィルタを用い、最大の遮断周波数を $f_0$ 、フィルタの種類数を $K$ とした時、 $k$ 番目のフィルタの遮断周波数を

$$f_c(k) = f_0 \frac{k}{K}$$

と設定している． $f_0 = 0.4$ ， $K = 4$ とした場合の周波数特性を図2.11に例示する．

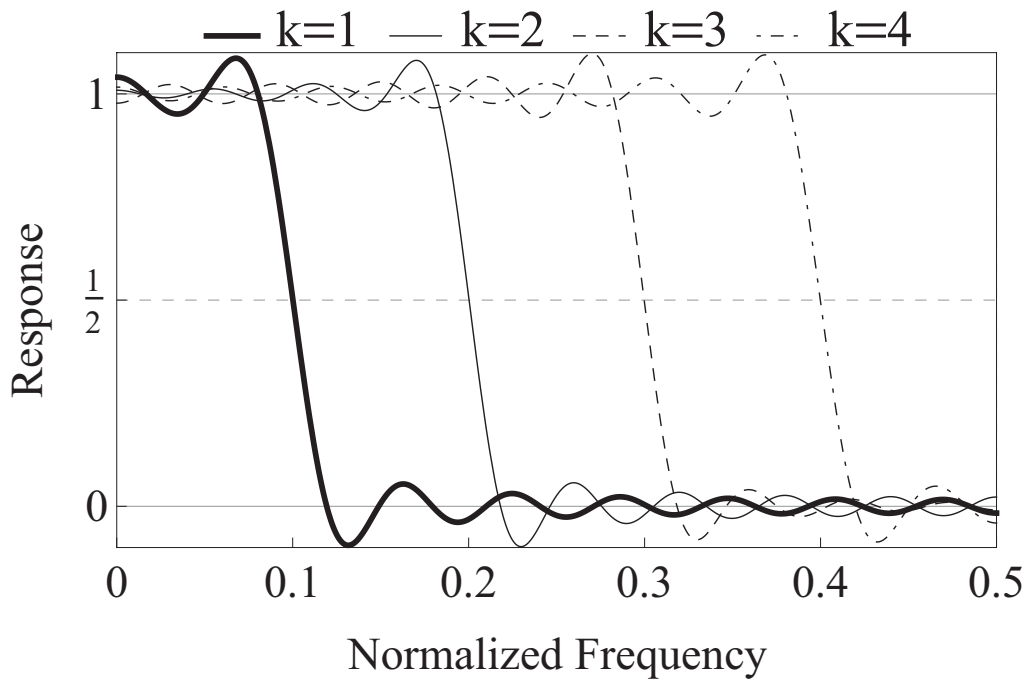


図 2.11: Jayant の手法のポストフィルタの周波数特性

フィルタ番号 $k$ は周波数解析により高周波域のパワーが全体の $T[\%]$ となる周波数 $f_c^*$ (図2.12)を推定し，

$$\text{Switch to filter } k \text{ if } f_c(k-1) < f_c^* \leq f_c(k)$$

により決定する．なお，原信号に対して周波数解析を行うためAPDCMエンコード信号に加えて $k$ をデコーダに送信する必要がある．



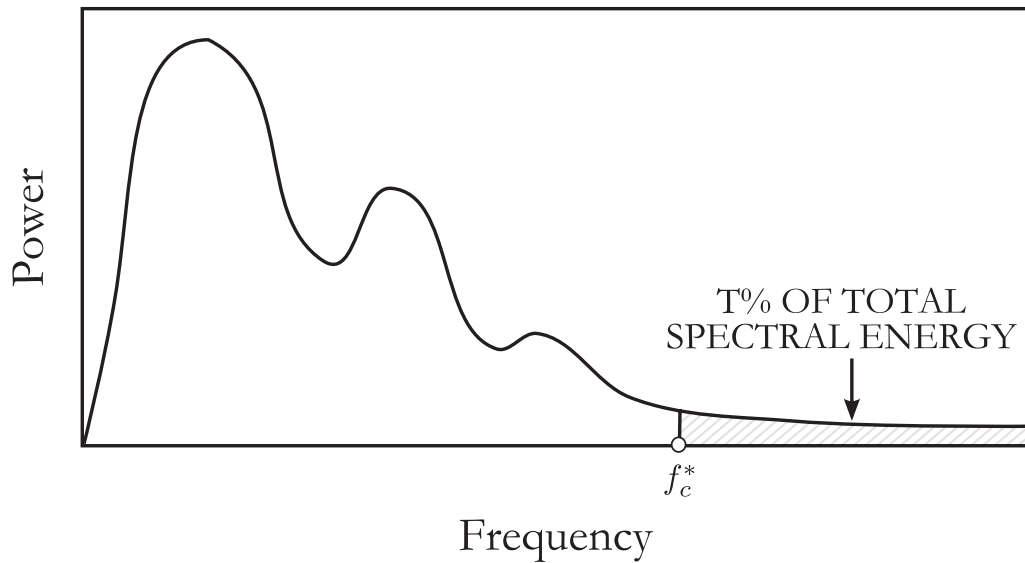


図 2.12: 遮断周波数  $f_c^*$  の定義. 斜線部は信号のパワーが  $T$  パーセントの領域

同手法は音声に対して有効性が示されているが，楽音に対して同様の特性のフィルタを使用するには以下の問題点がある．まず，音声よりも複雑な周波数を有する楽音に対して急峻な遮断特性のフィルタを適用すると，過度に原音の品質を損なう可能性がある．これは特に遮断周波数が低域のもので顕著に現れる．また，リップルが存在し通過域の周波数特性まで変化させてしまうことも品質の劣化を引き起こすと考えられる．

## 2.2.10 サンプル値制御の音響インターポレーションフィルタへの応用

### サンプリング定理の仮定に対する問題点

サンプリング定理によれば，デジタル信号に対して式(2.8)の理想低域通過フィルタにより折り返し歪みを除去することで連続時間信号を完全に復元できるとされているのは再三述べたとおりである．これに対して山本らは

- 式(2.2)のような完全帯域制限の仮定は現実的では無い．

- 式(2.9)によるフィルタ処理は因果的ではない。

というサンプリング定理が前提とする仮定とそこから設計されるフィルタの問題点を指摘している。特に、式(2.2)の仮定は式(2.8)のような急峻な遮断特性のフィルタを導き、これを適用するとギブス現象由来のリングングを生じて時間領域の特性が劣化する。そこで、ナイキスト周波数以上のエネルギーも存在しうると仮定したうえで復元誤差をできる限り小さくするフィルタを求めるという問題設定を行っている。この問題を定式化するものがサンプル値制御理論[33]-[40]のアップサンプラへの応用であり、その解法も得られている。

#### サンプル値 $H^\infty$ 制御による音響インターポレーションフィルタの設計

ブロック図2.13に示すようなインターポレータによる信号復元系を考える。  $F(s)$  はアナログ低域通過フィルタで、これがAD変換される前のアナログ信号が持つ周波数分布の仮定となる。入力信号  $w_c$  は  $F(s)$  により、高周波成分を除去した信号  $y_c$  となる。  $y_c$  はサンプル周期  $h$  で動作するサンプラ  $S_h$  によって、離散時間信号  $y_d$  となる。次に  $y_d$  はアップサンプラ  $\uparrow M$  によってサンプル周期  $h/M$  の信号  $x_d$  に変換され、この信号はインターポレーションフィルタ  $K(z)$  により処理される。  $K(z)$  を通った信号はサンプル周期  $h/M$  で動作する0次ホールド  $H_{h/M}$  によって連続時間信号  $u_c$  へと変換される。この信号は最後にアナログフィルタ  $P(s)$  を通り出力信号  $z_c$  が得られる。なお、

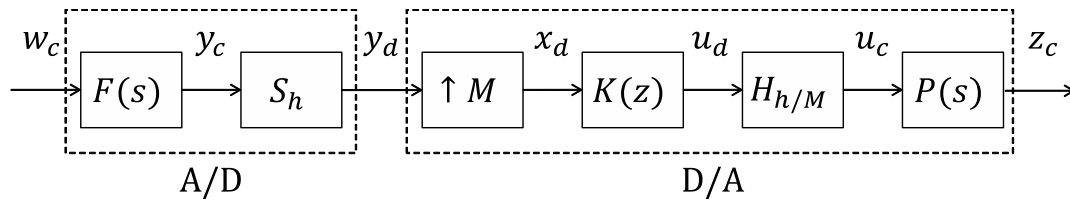


図 2.13: インターポレータの信号復元系

$P(s)$  は0次ホールド後段に位置するアナログアンプの特性である．

一方，ブロック図2.14に時間遅れを考慮した誤差系を示す． $F(s)$  の出力信号  $y_c$  が  $mh$  だけ遅れた信号に対する  $P(s)$  からの出力  $z_c(t)$  の復元誤差を

$$e_c(t) := z_c(t) - y_c(t - mh), \quad t \in [0, \infty)$$

と定義したものである．

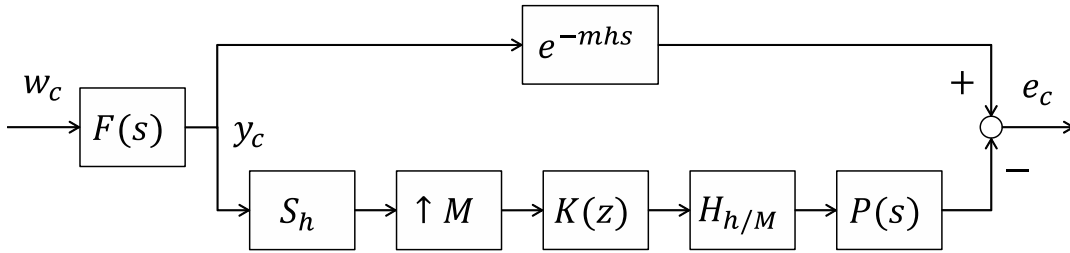


図 2.14: インターポレータ設計の誤差系

ここで，復元誤差  $e_c(t)$  をなるべく小さくするようなインターポレーションフィルタ  $K(z)$  の設計問題は以下のように定式化できる．

#### [設計問題]

連続信号  $w_c$  から  $e_c$  までのシステムを  $T_{ew}$  と置き，安定な連続時間フィルタ  $F(s)$  と  $P(s)$  が与えられたとする．この時与えられた  $\gamma > 0$  に対し

$$\|T_{ew}\| := \sup_{w_c \in L^2[0, \infty)} \frac{\|T_{ew} w_c\|}{\|w_c\|} < \gamma^1$$

を満たす  $K(z)$  を求めよ．

さて，図2.13から明らかにこの系には連続時間信号と離散時間信号が混在し，設計問題のように  $L^2$  の入力全体に対する特性を補償しようとするとき，その取扱いが困難となる．例えばAD変換部のサンプル/ホールドに注目すると，系に対する入力を時間シフトしてもシフト量がサンプル/ホール

---

<sup>1</sup> $L^2$  は  $L^2$  ノルムの意味である．

ドの周期の整数倍でない限り出力は単純な時間シフトにならず、連続時間のアナログ特性を考慮するには時変系として扱わなければならなくなってしまうという問題があることがわかる。これに対し、連続時間系を離散時間系として記述することを可能にするリフティングと呼ばれる手法によって両者が混在する系に対する設計問題を解けることが報告されている。

サンプル値  $H^\infty$  制御手法で設計された  $K(z)$  は従来インターポレーションフィルタに使用されていたフィルタに比べ、緩やかな特性となる。しかし、 $K(z)$  を使う方法と従来の急峻なフィルタを使う方法で音質を比較した場合、緩やかな特性の  $K(z)$  のほうが高音質となることが報告されている。このことから、山本らはインターポレーションフィルタは必ずしも急峻な遮断特性を持つ必要がないと報告している。

## 2.3 歪みの客観評価手法

### 2.3.1 PSNR

本論文では，画像信号の客観品質評価にPSNR

$$20 \log_{10} \frac{255}{\sqrt{\epsilon^2}} [dB] \quad (2.19)$$

を用いる．ここで， $\epsilon^2$ はRGB成分全ての画素に関する基準画像信号に対する評価対象画像信号の平均二乗誤差を表す．

### 2.3.2 PEAQ

本論文では，音響信号の品質評価にPEAQ客観評価法(ITU-R勧告BS.1387-1)を使用する．PEAQは基準信号と評価対象信号を入力とし，基準信号からの音質劣化度をODG(Objective Difference Grade)で表す．ODGは主観的な評価と強い相関があることが文献[32]で報告されており，数値が大きいほど劣化が少なく，0は劣化がわからない，-4は劣化が非常に邪魔になる，等の表2.1に示す評価語が割り当てられている．

表 2.1: 5段階劣化尺度

ODG	評価語
0	劣化がわからない
-1	劣化がわかるが気にならない
-2	劣化が気になるが邪魔にならない
-3	劣化が邪魔になる
-4	劣化が非常に邪魔になる

# 第3章 三角多項式による平均値保存型画像フィルタの設計

## 3.1 三角多項式を用いた設計方法

### 3.1.1 設計方法

交流成分予測の変数分離性から画像の水平方向のみに注目し，予測に用いる画素数を奇数 $L$ とする．周期 $L$ を持つ連続な交流成分は，三角多項式

$$\sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(\frac{2\pi}{L}kt) + b_k \sin(\frac{2\pi}{L}kt)) \quad (3.1)$$

により表現ができる．そこで，アフィン項 $a_0 + b_0t$ に加えて式(3.1)におけるナイキスト周波数以下のみの交流成分が存在すると仮定し，関数

$$\tilde{u}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\frac{L-1}{2}} a_k \cos(\frac{2\pi}{L}kt) + b_0t + \sum_{k=1}^{\frac{L-1}{2}} b_k \sin(\frac{2\pi}{L}kt) \quad (3.2)$$

で画像曲面モデルを定義する．

平均値保存型フィルタは，拡大前の各画素と対応する区間上の平均画素値が一致する必要がある．故に，画像曲面モデル(3.2)が図3.1における拡大前画素 $\mu_n$ を平均値として保存するため，係数 $\{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots, a_{\frac{L-1}{2}}, b_{\frac{L-1}{2}}\}$ は $L$ 個の条件

$$\int_{n-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \tilde{u}(t)dt = \mu_n \quad \text{for } n = -\frac{L-1}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{L-1}{2} \quad (3.3)$$

を満足する必要がある．上式において，偶関数項係数  $\{a_0, a_1, \dots, a_{\frac{L-1}{2}}\}$  では  $\frac{L+1}{2}$  個の等式が存在し，解が唯一定まる．他方，奇関数項係数  $\{b_0, b_1, \dots, b_{\frac{L-1}{2}}\}$  では線形項  $b_0 t$  が存在するために  $\frac{L-1}{2}$  個の等式にさらに一つ条件を加える必要がある．本論文では，中心  $\mu_0$  から最も遠い画素値差分による勾配  $\frac{1}{L-1} \Delta_{\frac{L-1}{2}}$  と画素値勾配  $\{\frac{1}{2}\Delta_1, \frac{1}{4}\Delta_2, \dots, \frac{1}{L-3}\Delta_{\frac{L-3}{2}}\}$  の平均との差を用いた，条件

$$\begin{aligned} b_1 &= 0 \quad (L=3), \\ b_{\frac{L-1}{2}} &= \left( \sum_{k=1}^{\frac{L-3}{2}} \left( \frac{\Delta_k}{k(L-3)} \right) - \frac{\Delta_{\frac{L-1}{2}}}{L-1} \right) \tau \quad (L=5, 7, \dots) \end{aligned} \quad (3.4)$$

を導入し，連立方程式(3.3)の解を  $\tau$  に関する一係数族として求める．式(3.4)は，非線形性の強さを示すもので，仮に画像曲面が線形となる場合， $b_{\frac{L-1}{2}}$  は  $\tau$  によらずに零となり，線形に近い程，最高周波数成分の寄与は小さくなる．

### 3.1.2 従来方式の導出

$L$  を固定し式(3.2)を対象ブロック  $\mu_0$  における区分  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  上のアフィン特性

$$\hat{u}(t) = \hat{a}_0 + \hat{b}_0 t \quad (3.5)$$

で二乗誤差

$$E(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |\tilde{u}(t) - \hat{u}(t)|^2 dt$$

に基づき近似するとき， $E(x)$  を最小化する式(3.5)の係数は

$$\begin{cases} \tilde{a}_0 &= \mu_0 \\ \tilde{b}_0 &= b_0 + \sum_{k=1}^{\frac{L-1}{2}} B_{L,k} b_k \end{cases} \quad (3.6)$$

で定められる．ただし，

$$B_{L,k} = 24\left(\frac{L}{2\pi k}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{L}k\right) - \frac{6L}{\pi k} \cos\left(\frac{\pi}{L}k\right)$$

である．

$L = 3$  の場合，

$$\hat{u}(t) = \mu_0 + \frac{1}{2}\Delta_1 t$$

となり，式(2.17)を $\lambda = 1$ とした場合に一致する．

$L = 5$  の場合，係数を整理することで

$$\hat{u}(t) = \mu_0 + (g(\tau)\Delta_1 + \frac{1 - 2g(\tau)}{4}\Delta_2)t$$

を得る．ここで，

$$g : \tau \in [\tau_1, \tau_2] \mapsto \left[1, \frac{1}{2}\right]$$

は付録A.1に示される $\tau$ の1次関数であり，

$$\lambda = \frac{1 - g(\tau)}{g(\tau)}$$

と置換することで，式(2.17)に一致する．以上より従来の平均値保存型フィルタの導出ができるため，上記の設計方法は従来方式を含む一般化された設計方法であるといえる．



### 3.1.3 2次元フィルタへの拡張

従来方式は，直流成分  $\mu_0$  に縦・横方向それぞれの交流成分を足した加算型の式である．同様に，式(3.2)を用いて2次元加算型予測式は，

$$\begin{aligned}\alpha_A(x, y) &= \mu_0 + (u(x) - \mu_0) + (u(y) - \mu_0) \\ &= u(x) + u(y) - \mu_0\end{aligned}\tag{3.7}$$

となる．他方，バイリニアフィルタ [3][4] およびバイキュービックフィルタ [5] と同様に縦・横方向のそれぞれを乗した2次元乗算型予測式は，

$$\alpha_B(x, y) = u(x)u(y)\tag{3.8}$$

となる．式(3.7)および式(3.8)のいずれにおいても，任意倍率で拡大するには領域

$$P_k = [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$$

上の輝度の平均値

$$\frac{1}{A(P_k)} \iint_{P_k} \alpha(x, y) dx dy\tag{3.9}$$

を計算する必要がある．不定積分

$$v(\xi) = \int u(\xi) dx$$

をあらかじめ計算し、各々の平均値は

$\alpha_A$  の場合,

$$\frac{(v(x_2) - v(x_1))}{x_2 - x_1} + \frac{(v(y_2) - v(y_1))}{y_2 - y_1} - \mu_0 \quad (3.10)$$

$\alpha_B$  の場合,

$$\frac{(v(x_2) - v(x_1))(v(y_2) - v(y_1))}{\mu(P_k)} \quad (3.11)$$

で計算できる．最終的に、式(3.10)もしくは式(3.11)の加重平均を用いることで、任意倍率  $1 \leq \frac{n}{m}$  で対象画像  $Q$  を拡大できる．尚、 $\tilde{u}(t)$  の代わりにアフイン近似による  $\hat{u}(t)$  を用いた場合は、 $P_k$  の平均値と中心値が一致するため、従来方式(2.16)と同様に子ブロックの中心点座標に対応する輝度値を  $P_k$  の輝度値とすることができる．

表 3.1: テスト画像の概要

画像番号	概要
N1	青いドレスの女性
N2	鉢と生け花
N3	本・懐中時計等、机の上の小物
N4	民芸品と日本人形
N5	動物の群れの絵画
N6	港街の風景写真
N7	リボン・糸巻・サインペン等の小物
N8	ガラス瓶・トランペットおよび金属の器

## 3.2 有効性の検証

### 3.2.1 予測に用いるブロック数 $L$ の設定

設計方法で平均値保存型フィルタを求めるため、まず $L$ を決定する。予測対象画素とその周辺画素の相関の強さは画像によって異なるため、最適な $L$ も画像により異なると考えられる。そこで、自然画を用いた数値実験により $L$ の設定を行う。

画像の補間には低周波成分が重要であるという知見から、最高周波数が含まれない $\tau=0$ 付近に最適な $\tau$ が存在すると考えられる。そのため、仮に $\tau=0$ と固定し、 $L$ を区間 $[3, 9]$ で動かしながらテストデータを用いた性能評価を行う。図3.3は、図3.4に示された $1800 \times 1500$ 画素・RGB各1[Byte]の縮小されたカラー画像[41]のうちN1,N6を三角多項式およびそのアフィン近似を用いて、各々2倍に拡大し、元画像とのPSNRを計算したグラフである。

N6のようにエッジを多く含む画像では $L$ を大きくすることでPSNRが上昇するが、N1のようにエッジの少ない画像では $L=7$ に比して $L=9$ のPSNRが劣化している。これは、 $L$ を大きくすることでより鮮鋭なエッジ部を再現できる一方で、補間に無関係な画素を参照する確率が高くなるためであると考えられる。以上を考慮し、本論文では $L=7$ を用いる。

表 3.2: 画像サイズと倍率

$k$	倍率 $\rho_k$	拡大対象 $I_k$ [画素]	拡大画像[画素]
1	3/2	$1200 \times 1000$	$1800 \times 1500$
2	2	$1800 \times 1500$	$3600 \times 3000$
3	3	$1200 \times 1000$	$3600 \times 3000$
4	4	$900 \times 750$	$3600 \times 3000$

### 3.2.2 $L = 7$ における $\tau$ の設定

次に $\tau$ を設定することで平均値保存型フィルタを求める．まず， $\tau = 0$ を中心とする区間 $[-0.08, 0.08]$ で三角多項式による平均値保存型フィルタを計算し， $\tau$ を動かしながらテストデータ[41]を用いた性能評価を行う．尚，数値的に導出された1係数族を付録A.2記述する．図3.5は，図3.4に示された $1800 \times 1500$ 画素・RGB各1[Byte]の縮小されたカラー画像[41]のうちN1,N6を三角多項式およびそのアフィン近似を用いて，各々2倍に拡大し，元画像とのPSNRを計算したグラフである．

$\tau$ の区間 $[-0.02, -0.04]$ で最も高い性能を実現しており，最高周波数成分は $\tau = 0$ の片側でのみで有効となる事が分かる．また，三角多項式とアフィン近似の極大値も相互に近い $\tau$ の値に存在することが分かる．本論文では， $\tau = -0.04$ として性能評価を行う．

### 3.2.3 PSNRによる性能比較

表3.1に示すRGB各1[Byte]のカラー画像[41]を用い，上述した方式の有効性を数値実験によって検証する．実験では $3600 \times 3000$ 画素の原画像から表3.2の3種類の縮小画像 $\{I_k : 1 \leq k \leq 4\}$ を作成し，これを拡大対象とする．倍率 $\rho_k$ により $I_k$ を拡大した場合， $I_1$ では拡大対象画像 $I_2$ を，それ以外では原画像を真の画像として式(2.19)のPSNRによる数値評価を次の6方式

- (i) バイキュービックフィルタ
- (ii) 平均値保存型フィルタ [25]
- (iii) アフィン近似 加算型
- (iv) アフィン近似 乗算型
- (v) 三角多項式 加算型

(vi) 三角多項式 乗算型

で行う。尚，(ii)～(vi)においては文献[25]による閾値処理を併用している。また，(iii)～(vi)は本章で設定したパラメータ  $L = 7, \tau = -0.04$  の予測式を用いる。

表3.3および図3.2に，テスト画像N1～N8におけるPSNRを示す。(iii)～(vi)はバイキュービックフィルタに比べて

(iii)0.14～1.30[dB]

(iv)0.21～1.45[dB]

(v)0.31～1.35[dB]

(vi)0.44～1.51[dB]

高いPSNRを実現していることが分かる。また，従来方式に比べて最大で

(iii)0.16[dB]

(iv)0.46[dB]

(v)0.53[dB]

(vi)0.89[dB]

程度高いPSNRを実現している。

拡大前の画像サイズが大きいものでは従来方式に比べて高い性能を実現する一方，画像のサイズが小さくなると性能が劣化するものがある。これは遠方の無相関な画素が予測に用いられる事が原因と考えられる。

乗算型の式は加算型の式に比べ，高い数値的再現性を実現しており，加算型では実現できない鞍型曲面の予測性能が向上していると考えられる。

アフィン近似によるものは，倍率 $\frac{3}{2}$ ，2のような低倍率においては三角多項式に近い性能を実現する。拡大後の画素領域 $P_k$ が大きい場合，式(3.9)の

積分により高周波成分が平滑化されるため、アフィン特性のみで良好な補間が可能であると考えられる。逆に倍率3, 4のような高倍率においては、アフィン近似の性能は劣化する。

#### 3.2.4 主観評価

図3.6に、従来方式と乗算型の三角多項式フィルタを用いてN1およびN3を4倍に拡大し、 $100 \times 100$ [pixel]のサイズで切り出した画像を示す。従来方式は画像曲面を区分平面によって近似するため、非線形性の強い画像曲面において区分の境界が不連続となり、ブロックノイズが発生する。三角多項式フィルタでは、予測モデルへの非線形性の導入により予測性能が向上し、ブロックノイズが軽減されている。

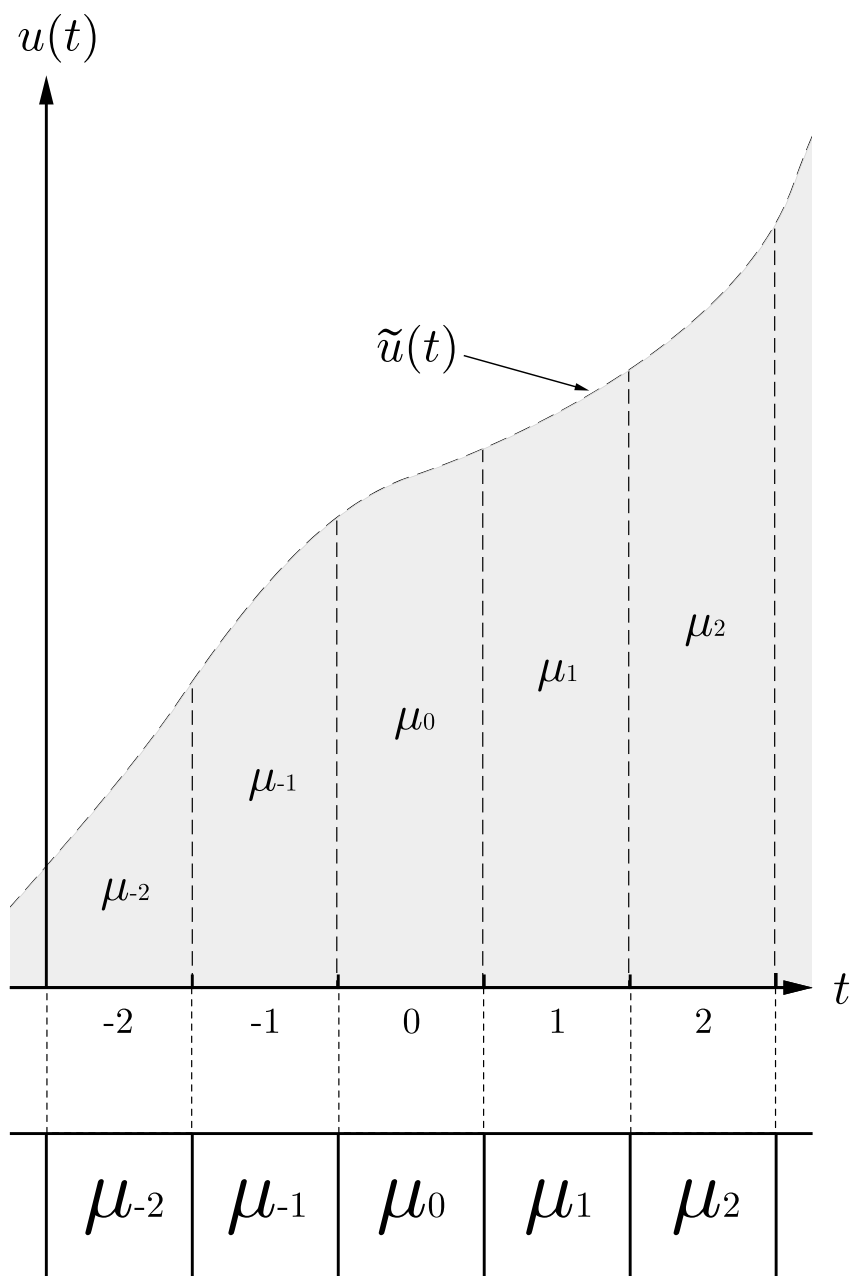
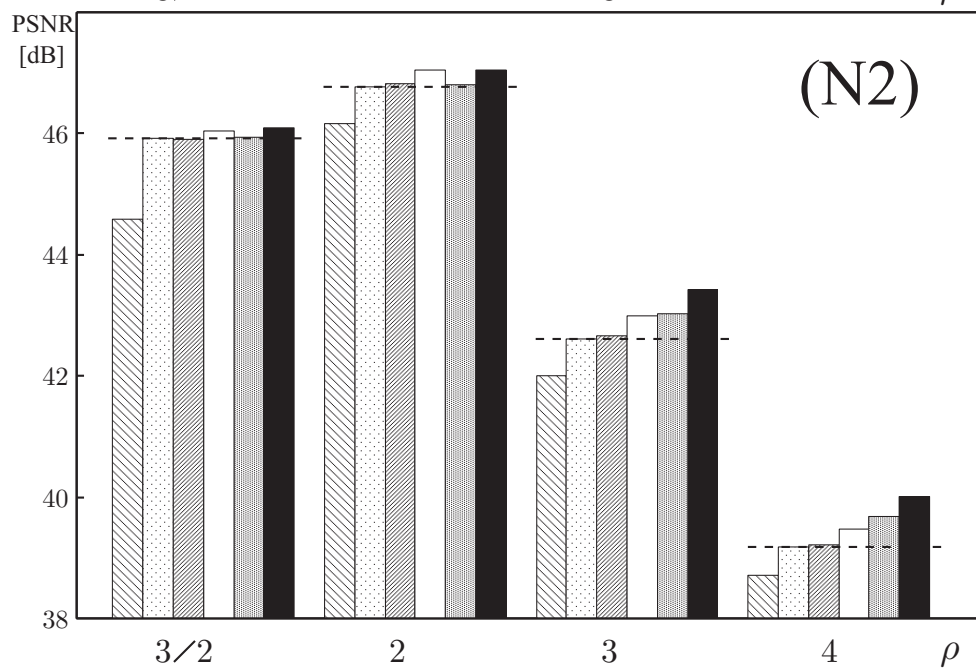
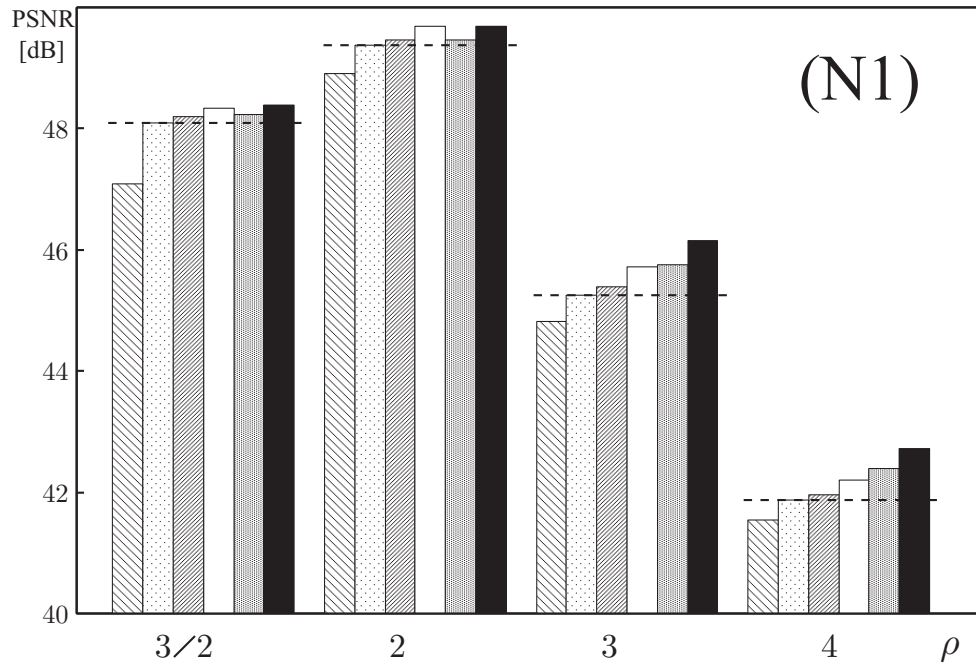
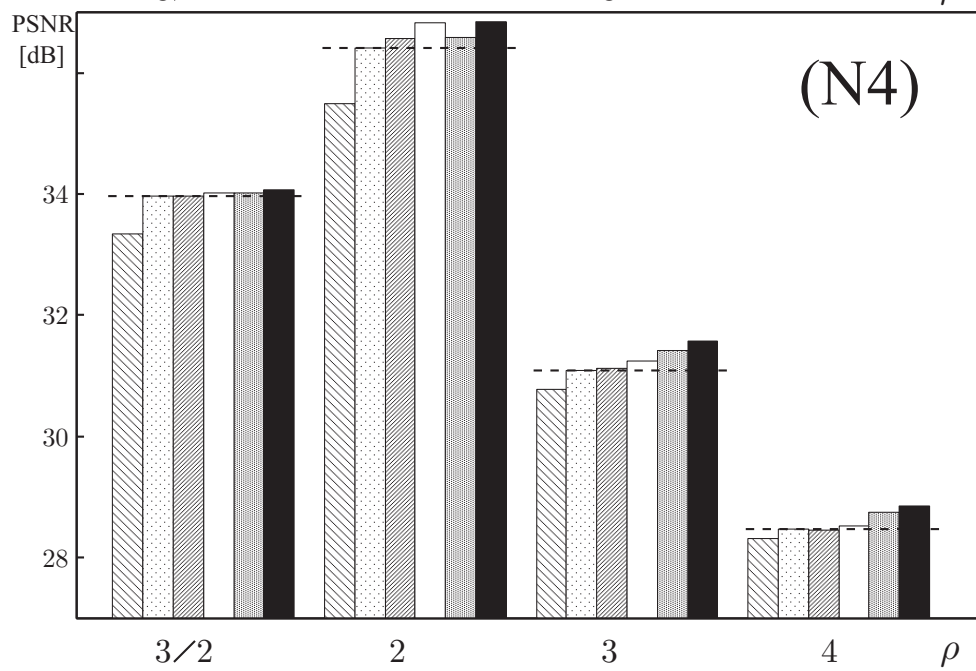
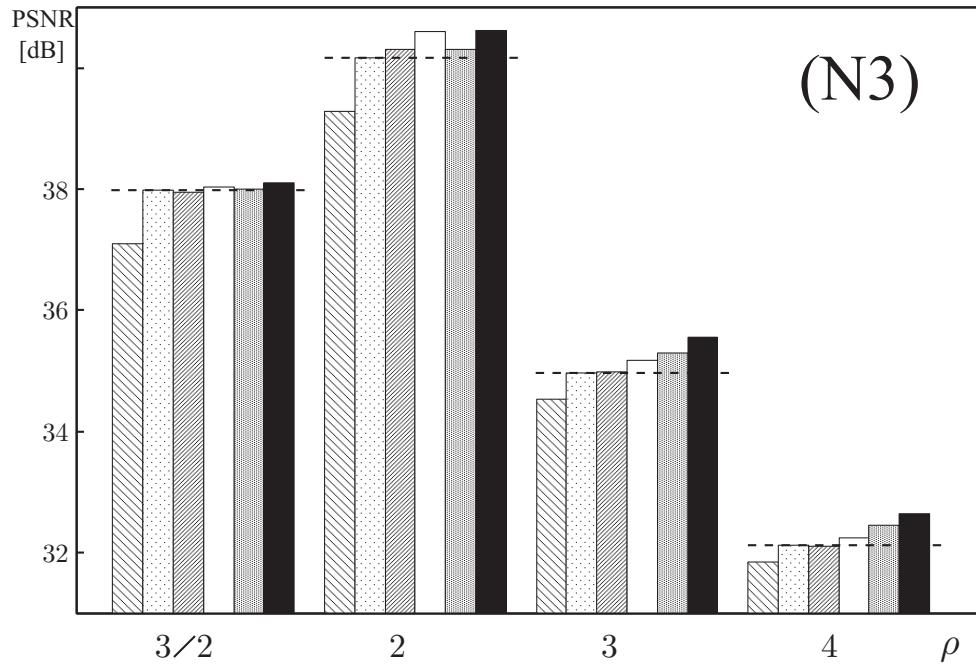
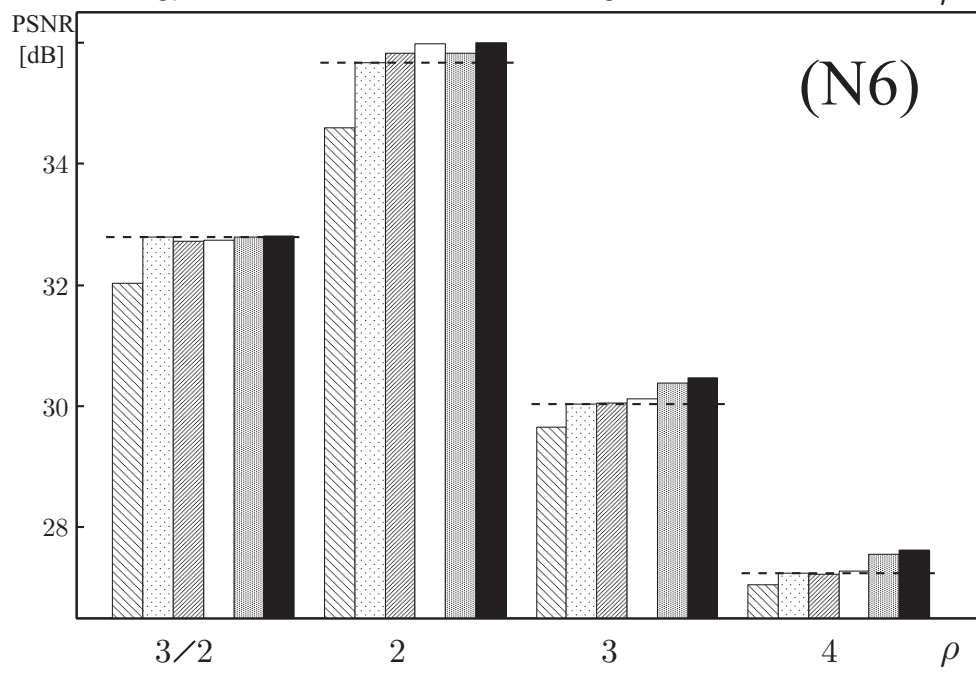
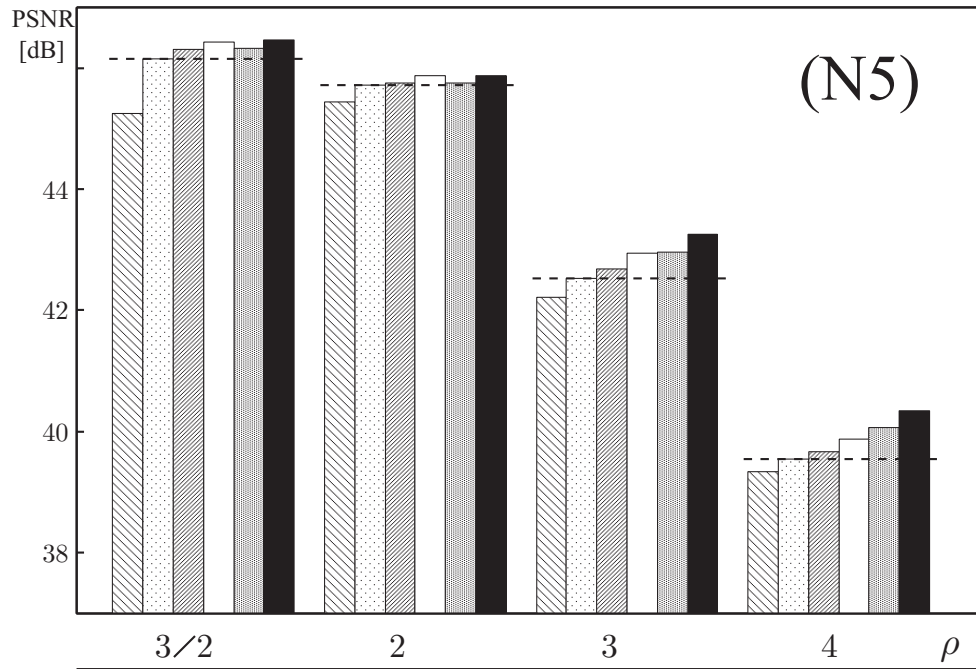


図 3.1: 対象ブロック  $\mu_0$  と水平方向ブロック









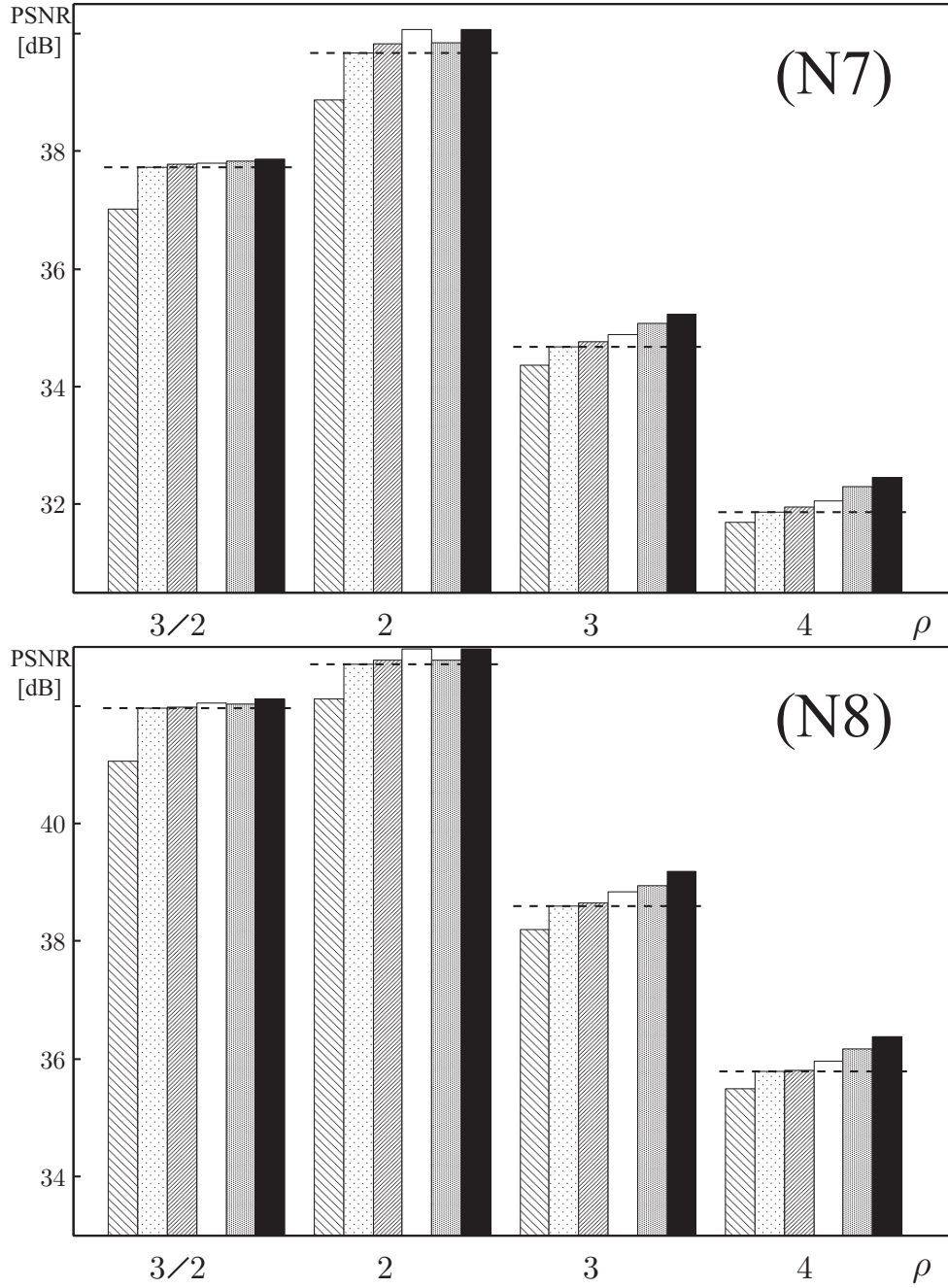


図 3.2: 拡大結果の PSNR( (a)N1 (b)N2 (c)N3 (d)N4 (e)N5 (f)N6 (g)N7 (h)N8 横軸:  $\rho$  , 縦軸: PSNR[dB], 各倍率における6つの棒グラフは, 左からバイキュービックフィルタ, 従来方式, アフィン近似 加算型, アフィン近似 乗算型, 三角多項式 加算型, 三角多項式 乗算型に対応)

表 3.3: 数値評価結果 (i) バイキュービックフィルタ, (ii) 従来方式, (iii) アフィン近似 加算型, (iv) アフィン近似 乗算型, (v) 三角多項式 加算型, (vi) 三角多項式 乗算型)

(N1)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	47.10	48.91	44.82	41.55
(ii)	48.09	49.38	45.25	41.87
(iii)	48.20	49.46	45.39	41.95
(iv)	48.33	49.69	45.71	42.20
(v)	48.23	49.46	45.75	42.40
(vi)	48.38	49.69	46.15	42.72
(N2)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	44.59	46.15	42.00	38.72
(ii)	45.93	46.77	42.61	39.18
(iii)	45.89	46.81	42.66	39.22
(iv)	46.04	47.04	42.98	39.47
(v)	45.94	46.81	43.03	39.68
(vi)	46.10	47.04	43.42	40.02
(N3)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	37.11	39.28	34.54	31.85
(ii)	37.98	40.17	34.97	32.12
(iii)	37.95	40.31	34.98	32.11
(iv)	38.03	40.61	35.18	32.25
(v)	38.01	40.32	35.30	32.45
(vi)	38.10	40.62	35.56	32.64
(N4)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	33.34	35.50	30.78	28.32
(ii)	33.97	36.41	31.09	28.47
(iii)	33.97	36.57	31.12	28.46
(iv)	34.01	36.83	31.25	28.53
(v)	34.02	36.58	31.42	28.74
(vi)	34.08	36.84	31.58	28.85

(N5)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	45.26	45.44	42.22	39.33
(ii)	46.14	45.71	42.53	39.55
(iii)	46.31	45.75	42.69	39.67
(iv)	46.43	45.88	42.94	39.88
(v)	46.33	45.75	42.97	40.07
(vi)	46.46	45.88	43.26	40.34
(N6)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	32.03	34.59	29.65	27.05
(ii)	32.78	35.68	30.04	27.25
(iii)	32.72	35.82	30.05	27.23
(iv)	32.74	35.99	30.12	27.27
(v)	32.79	35.83	30.38	27.56
(vi)	32.81	36.00	30.48	27.62
(N7)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	37.02	38.88	34.36	31.69
(ii)	37.72	39.67	34.68	31.88
(iii)	37.78	39.83	34.76	31.96
(iv)	37.80	40.06	34.89	32.07
(v)	37.84	39.84	35.07	32.31
(vi)	37.86	40.07	35.24	30.44
(N8)PSNR[dB]				
倍率 $\rho$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
(i)	41.06	42.12	38.20	35.49
(ii)	41.97	42.70	38.60	35.78
(iii)	41.99	42.78	38.65	35.81
(iv)	42.05	42.97	38.85	35.97
(v)	42.03	42.78	38.95	36.18
(vi)	42.11	42.97	39.18	36.39

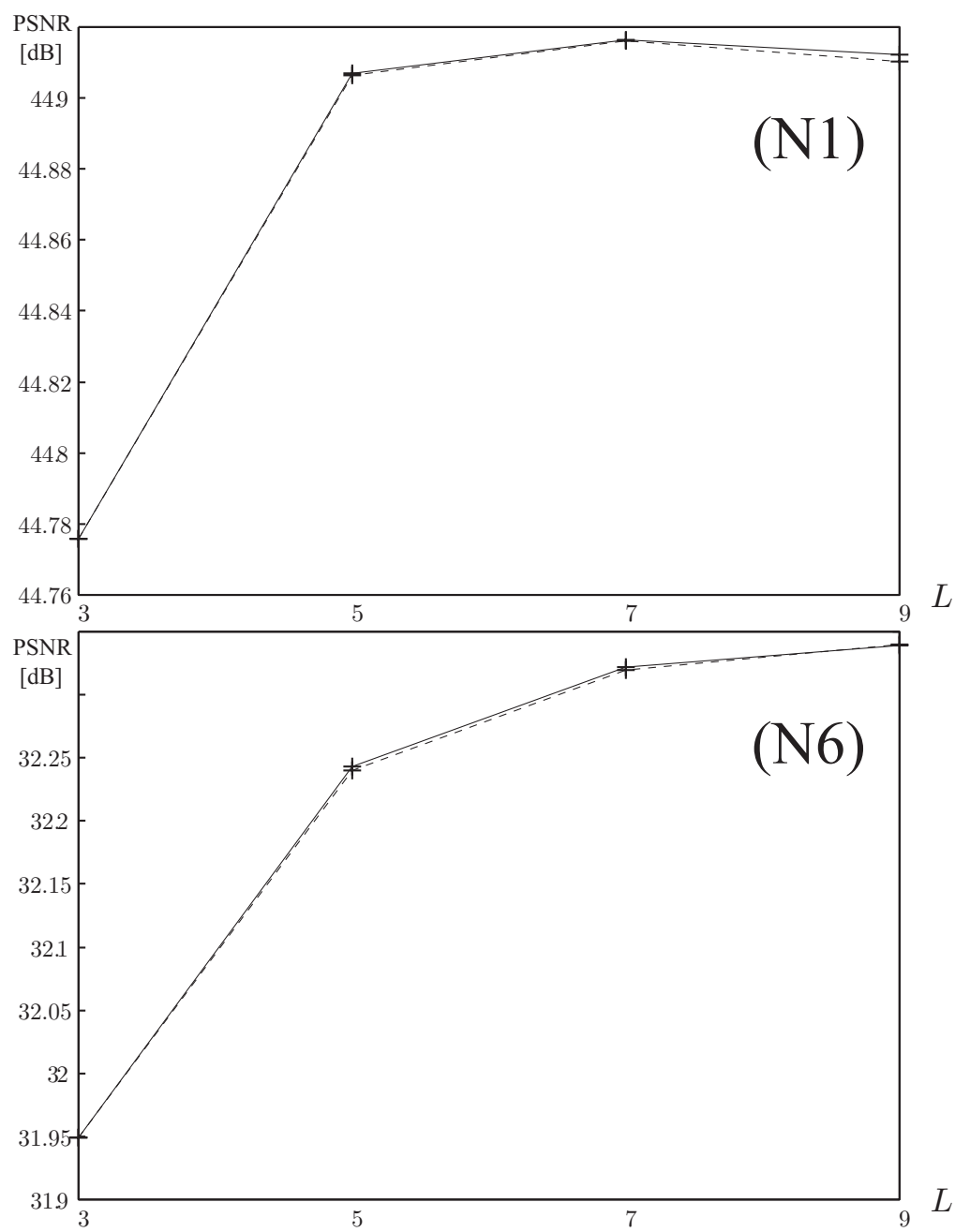


図 3.3:  $L$  v.s. PSNR 特性曲線（実線：三角多項式，破線：アフィン近似）



N1



N2



N3



N4



N5



N6



N7



N8

図 3.4: テスト画像

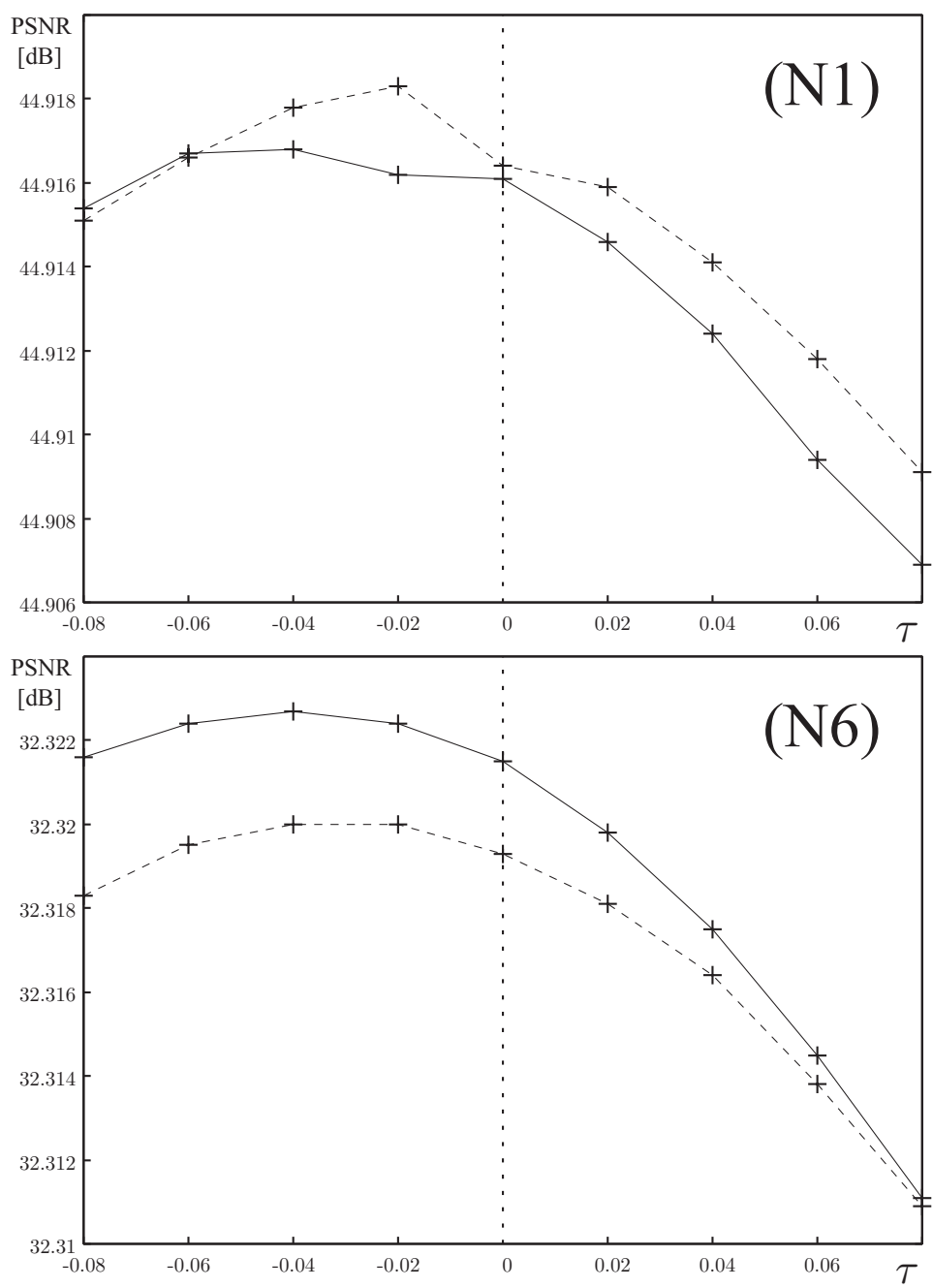


図 3.5:  $\tau$  v.s. PSNR 特性曲線（実線：三角多項式，破線：アフィン近似）





図 3.6: 拡大画像 (上がN1, 下がN3, 左が従来方式, 右が三角多項式 乗算型  
に対応)

## 第4章 平均値保存型フィルタの数理的 考察

### 4.1 三角多項式による平均値保存型フィルタと理想補間 フィルタ

三角多項式補間の極限  $L \rightarrow \infty$  を考える．本章では，画像データの輝度値は有界な自然数列であり，極限  $L \rightarrow \infty$  では画像曲面モデル (3.2) の線形項の寄与は限りなく小さくなると考えられるため  $b_0 = 0$  とする．その場合三角多項式による近似曲面  $\tilde{u}(t)$  はフーリエ級数の第  $\frac{L-1}{2}$  部分和に一致する周期関数となる．

**定理** 三角多項式補間は極限  $L \rightarrow \infty$  で平均画素法に対する理想補間フィルタに一致する．

**証明**

式 (3.3) を満足する  $\tilde{u}(t)$  の周波数特性を求める．式 (3.3) の左辺は畳み込み積分を用いて

$$\int_{-\frac{1}{2}+n}^{\frac{1}{2}+n} \tilde{u}(t) dt = (\tilde{u} * \text{rect})(n) \quad (4.1)$$

と表すことができる．式 (4.1) の定義域は整数であるため，くし形の超関数

$\text{III}(t)$  を用いて表現すれば,

$$(\tilde{u} * \text{rect})(t) \text{III}(t). \quad (4.2)$$

周期関数  $\tilde{u}$  との畳み込みである式(4.2)の周期は  $\tilde{u}(t)$  の周期に等しく  $L$  となるため, 式(3.3)の右辺を平均値フィルタを畳み込み積分した後にくし型の超関数を乗じることでサンプリングを行う

$$m(t) = (u * \text{rect})(t) \text{III}(t)$$

を用いた周期関数

$$w(t) = \begin{cases} m(t), & |t| \leq \frac{L-1}{2}, \\ w(t+L), & \text{for all } t, \end{cases} \quad (4.3)$$

によって表現することで等式

$$(\tilde{u} * \text{rect})(t) \text{III}(t) = w(t)$$

が成り立つ. 両辺をフーリエ変換して

$$((\tilde{U}(f) \cdot \text{sinc}(f)) * \text{III})(f) = W(f).$$

ここで, 左辺から  $|f| \leq \frac{1}{2}$  のみの周波数成分を取り出すと同時に  $\text{sinc}(f)$  を消去するために  $\text{sinc}^{-1}(f) \cdot \text{rect}(f)$  を両辺に乗じることで  $\tilde{u}(t)$  の周波数特性

$$\tilde{U}(f) = W(f) \cdot \text{sinc}^{-1}(f) \text{rect}(f)$$

を得る．式(4.3)より  $\lim_{L \rightarrow \infty} w(t) = m(t)$  であるため，極限

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{U}(f) = M(f) \text{sinc}^{-1}(f) \text{rect}(f)$$

と計算される．この式の右辺はサンプリングされた信号の周波数特性  $M(f)$  に対し式(2.12)で示される理想補間フィルタの周波数特性を乗じたものに他ならない．よって三角多項式による平均値保存型フィルタは極限  $L \rightarrow \infty$  において理想補間フィルタに等しい．

系 平均画素法に対する理想補間フィルタは平均値保存型フィルタである．

理想補間フィルタは三角多項式による平均値保存型フィルタで表現できることから，式(3.3)を満足する平均値保存型フィルタであることが明らかである．

## 4.2 平均値保存型画像フィルタと補正 Lanczos フィルタ

平均値保存型画像フィルタは各拡大対象画素領域の平均値が周囲の画素と無関係に拡大対象の画素値と一致するため，そのインパルス応答は任意の整数  $n$  に対して

$$\int_{n-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} h(t) dt = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4.4)$$

を満たす性質がある．補正 Lanczos フィルタはインパルス応答が式(4.4)を満たさず，拡大された画像を再び平均画素法で縮小しても元の画像に一致しない．

図4.1にフィルタの振幅特性を示す．三角多項式による平均値保存型画像

フィルタのパラメータ $\tau$ は、 $L=7$ では $\tau=-0.04$ 、 $L=5$ では文献[17]で提案された $\lambda=\frac{1}{4}$ に相当する $\tau$ （付録A.3参照）を用いた。平均値保存型フィルタも補正Lanczosフィルタもタップ長 $L$ を大きくすると、その振幅特性は同程度に理想補間フィルタに近づく。ただし、平均値保存型画像フィルタは周波数 $f=\frac{1}{2}+n$ で振幅が大きくなる傾向がある。これは各拡大前画素領域ごとに隣画素との連続性を考慮せずに補間画像曲面(3.2)を切り替えており、図4.2に示されるインパルス応答が不連続になるため、高周波成分を多く含む画像ではブロックノイズを生じる。補正Lanczosフィルタではインパルス応答の不連続部のギャップが平均値保存型フィルタよりも小さく、ブロックノイズはほとんど生じない(図4.3)。尚、本研究で扱う画像フィルタのインパルス応答は正負で対称なため、正の部分のみを図に示す。

平均値保存型フィルタと補正Lanczosフィルタの関係は表4.1に示す内容にまとめられる。総じて、三角多項式による平均値保存型フィルタは拡大後も拡大前の画素値情報が保存されるため、繰り返し拡縮計算を行う用途向けで、補正Lanczosフィルタはブロックノイズの無い滑らかな補間が必要な用途向けであるといえる。

表4.1: 三角多項式による平均値保存型フィルタと補正Lanczosフィルタの比較

	平均値保存型フィルタ	補正Lanczosフィルタ
$L$ を増加	同程度に理想補間フィルタへと周波数特性が近づく	
拡大対象画素の直流値	拡大前画素領域の平均値として保存される	$L \rightarrow \infty$ に限り保存される
ブロックノイズ	生じやすい	生じにくい

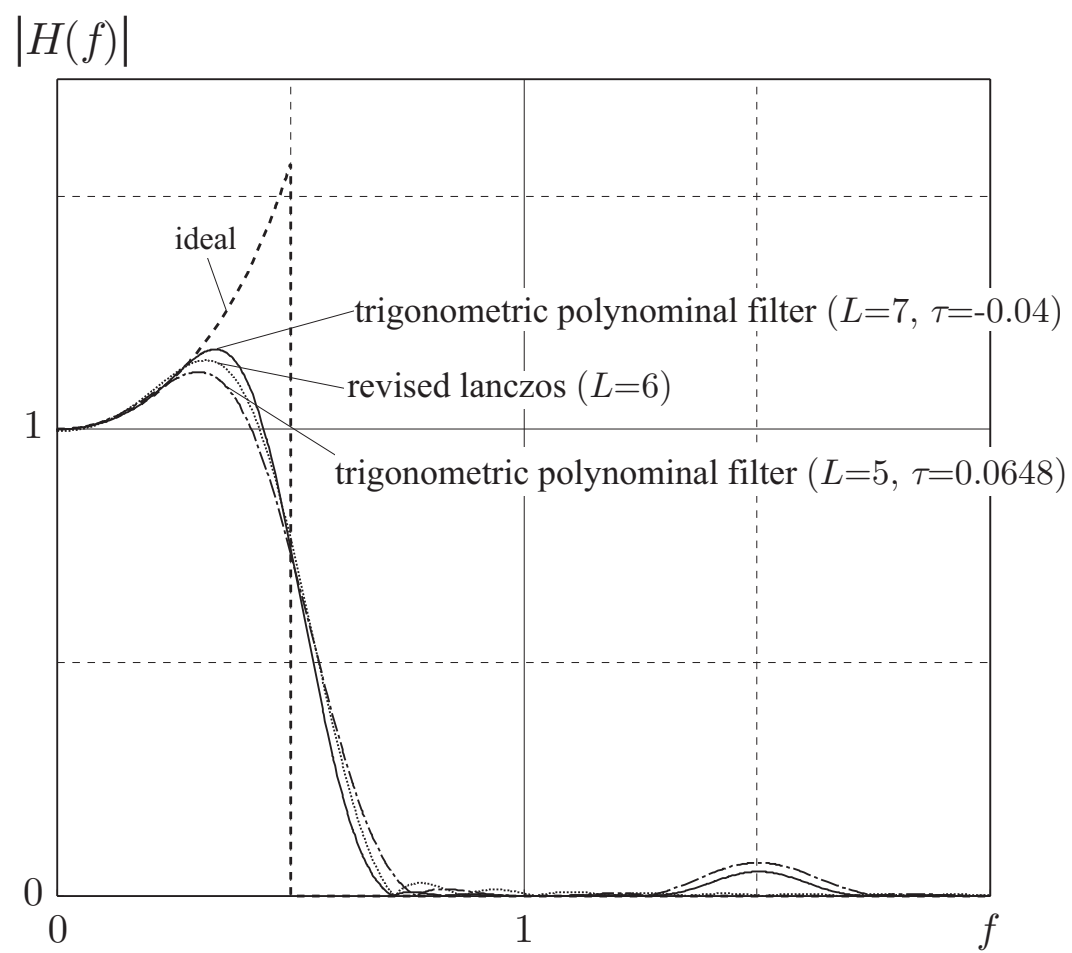


图 4.1: 振幅特性

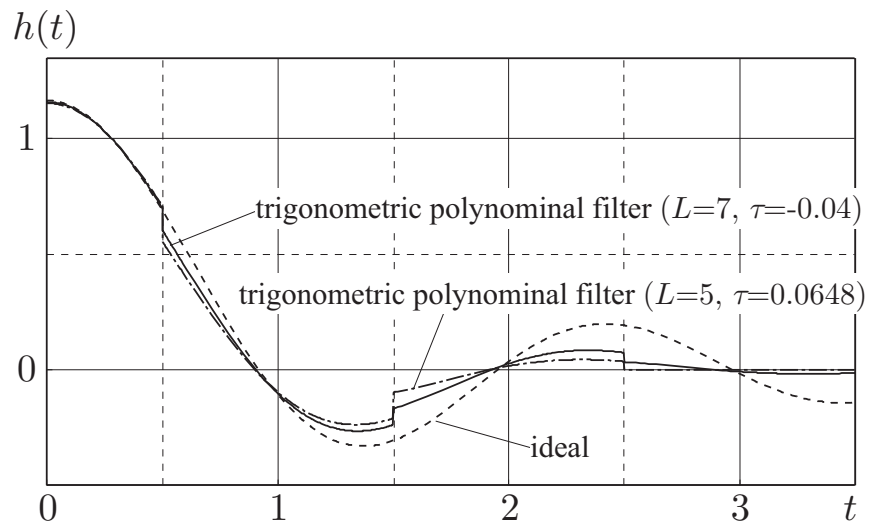


図 4.2: 三角多項式による平均値保存型フィルタのインパルス応答

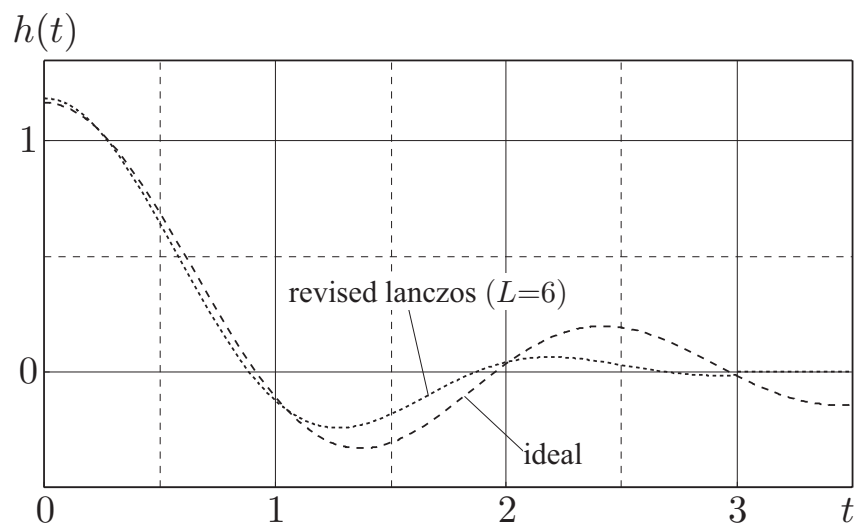


図 4.3: 補正 Lanczos フィルタのインパルス応答

## 第5章 ADPCM再生信号の品質を向上させるポストフィルタ

### 5.1 設計法

#### 5.1.1 零位相特性を有するFIRフィルタによる設計

ADPCMエンコード時に生じる量子化雑音 $q_n$ は原信号 $\mu_n$ と再生信号 $\mu'_n$ の差により

$$\begin{aligned} q_n &= \mu_n - \mu'_n \\ &= \mu_n - (Q^{-1}(\nu_n) + \hat{\mu}_n) \\ &= (\mu_n - \hat{\mu}_n) - Q^{-1}(\nu_n) \\ &= d_n - Q^{-1}(Q(d_n)) \end{aligned}$$

と計算され、予測残差 $d_n$ に対する量子化誤差そのものがADPCM再生信号の量子化雑音となっていることがわかる。量子化係数を $Q$ とした場合、量子化雑音 $q_n$ は剰余

$$q_n = d_n \bmod Q$$

で表せるため、 $Q$ に対し $d_n$ の変化幅が大きく、ある程度の複雑性を持っていれば、量子化雑音は周波数領域全域に一樣なエネルギーを持つ信号と見做せる。



一方、エンコードの対象となる楽音は、一般にエネルギーが低周波域に集中し、高周波になるにしたがって減衰する傾向がある。

これらの信号の傾向から、ADPCM再生信号によっては高周波域で量子化雑音のエネルギーが原信号のエネルギーを上回る場合が考えられ、適切な低域通過フィルタをポスト処理として施すことにより主観的品質の向上が期待できる(図5.1)。

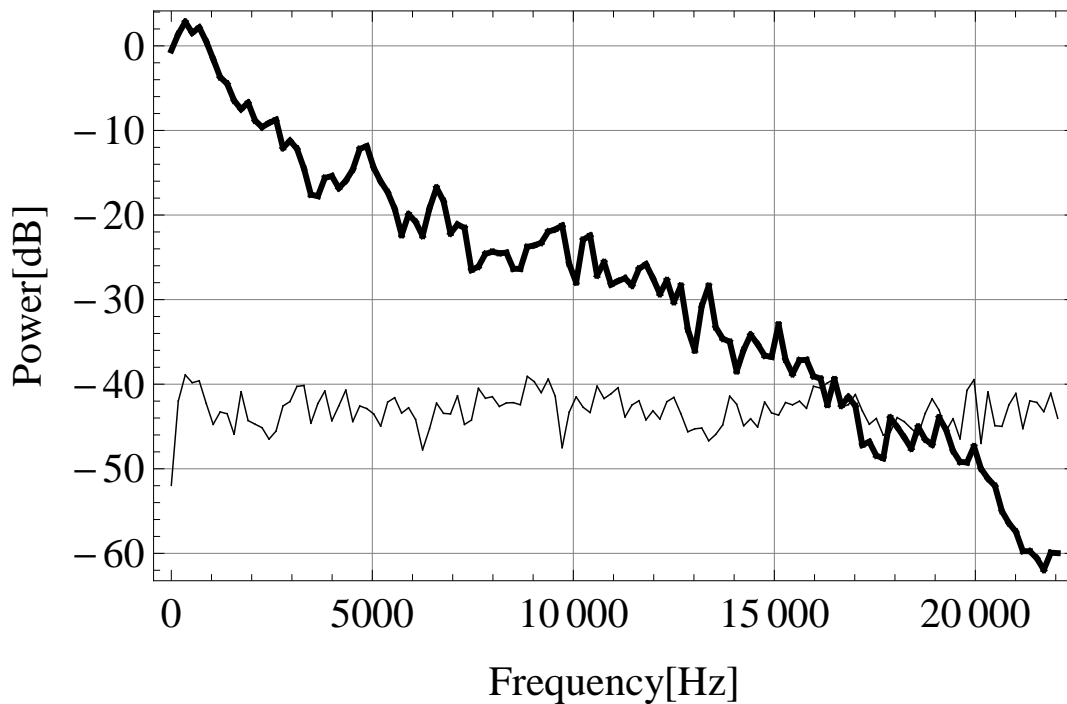


図5.1: 原信号と量子化雑音の周波数スペクトルの例示(太線:原信号, 細線:量子化雑音)

通過域の品質を維持するために、ポストフィルタは通過域の利得と位相を変えない特性が望ましい。また、音響信号の周波数スペクトルは緩やかに変化することで、どの周波数以上を除去すべきか閾値が曖昧であることから、急峻な遮断特性は不要であると考えられる。これらを考慮して、本論文では零位相特性のデジタルフィルタによる実現を検討する。

タップ長 $L$ をパラメータとするデジタルフィルタのインパルス応答関数

$h_L[n]$ を考える．ここで、大かっこは関数 $h_L$ の定義域が整数であることを示すものとする．このフィルタによって零位相特性を実現するために、フィルタ係数を正負で対称な $h_L[n] = h_L[-n]$ とし、 $L$ は正の奇数とすると、フィルタの伝達関数 $H_L(f)$ は

$$H_L(f) = h_L[0] + \sum_{k=1}^{\frac{L-1}{2}} (2h_L[k] \cos(2k\pi f)) \quad (5.1)$$

となる．なお、 $f$ は周波数 $F[\text{Hz}]$ をサンプリング周波数 $F_s[\text{Hz}]$ で除した無単位の正規化周波数 $f = F/F_s \in [0, 1]$ である．ここに以下の制約条件を導入する

**条件1** ナイキスト周波数 $f = 1/2$ の利得を零にする．

$$H_L\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad (5.2)$$

**条件2** 低周波域の特性を平坦にするため、零周波数 $f = 0$ に関する $m$ 階微分までの条件を導入する．

$$\frac{d^m}{df^m} H_L(0) = \begin{cases} 1 & (m = 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\text{ただし } m = 0, 1, 2, \dots, \frac{L-1}{2} - 1$$

条件式(5.2)(5.3)を式(5.1)代入したものを連立させて解くことで一意にフィルタ係数 $h_L[n]$ を求めることができる．ここで、 $|H_L(f)|^2 = \frac{1}{2}$ となる周波数をフィルタ $H_L(f)$ の遮断周波数 $f_c(L)$ と定義する． $L$ を大きくするにつれ、急峻な遮断特性となり、遮断周波数はより高域になる． $L = \{3, 5, 7, 9\}$ について、具体的に係数を求めたものを表5.1に、フィルタの周波数特性を図5.2に示す．

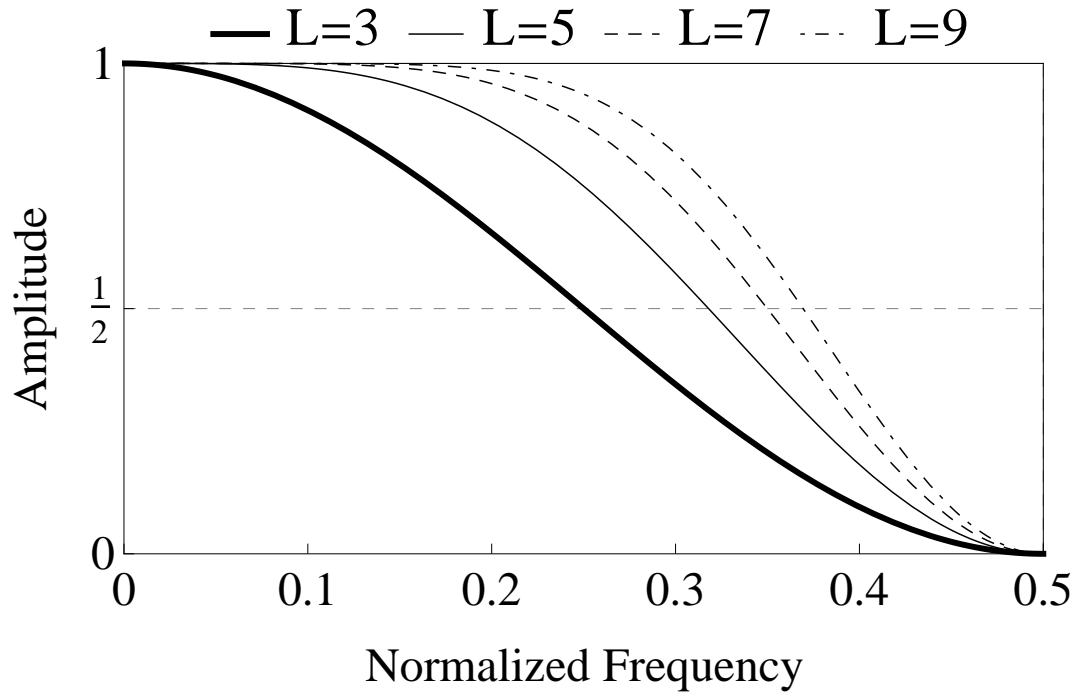


図 5.2: 提案方式によるポストフィルタの周波数特性  $H_L(f)$

### 5.1.2 短時間的周波数特性による $L$ の切り替え

文献[31]は音声の周波数スペクトルが時変的であることを指摘し、その短期的特性に応じてポストフィルタを切り替える方式を提案している．本論文では楽音も周波数スペクトルが時変的であることを示し、短期的特性からパラメータ  $L$  を選択する方法を検討する．

$T = 10^{-3}[\%]$  とした時，エンコード対象の音響信号のパワーが全体の  $T[\%]$

表 5.1: 提案方式によるポストフィルタ  $h_L[n]$  の係数値

タップ長	$h_L[0]$	$h_L[\pm 1]$	$h_L[\pm 2]$	$h_L[\pm 3]$	$h_L[\pm 4]$
3	1/2	1/4	0	0	0
5	5/8	1/4	-1/16	0	0
7	11/16	15/64	-3/32	1/64	0
9	93/128	7/32	-7/64	1/32	-1/256

となる周波数  $f_c^*$  の度数分布を図5.3に示す. いずれのグラフも度数が広く分布していることから, 楽音の周波数特性は短期的に変化し, 音声と同様にフィルタ特性の切り替えが有効であると考えられる. なお, 実験の条件は表5.3に示すとおりで, 度数は両チャンネルの和である.

パラメータ  $L$  は, 文献[31]と同様の

$$\text{Switch to filter } L \text{ if } f_c(L-2) < f_c^* \leq f_c(L)$$

により決定する.  $f_c^*$  がすべてのフィルタの遮断周波数以上だった場合は, 遮断周波数が最大のフィルタを選択する. また,  $L$  はエンコードした信号とともにデコーダに送信する必要がある.

表 5.2: 実験に用いたデジタル信号の内容

音響番号	信号の種類	構成楽器	サンプル数
S1	オーケストラ	バイオリン・オーボエ等	882000
S2	テクノ	シンセサイザ	1293137
S3	ナレーション	男性音声, BGM	810750
S4	ピアノ	ピアノ	1022648
S5	エレキギター	エレキギター	220246
S6	ジャズ	ブラス・ドラム等	844266

表 5.3: 実験条件

項目	条件
サンプリング周波数	44.1[kHz]
原信号の量子化	16[bit], 線形量子化
チャンネル数	2[channel](ステレオ)
ステレオ処理	各々のチャンネルを独立して扱う
周波数解析	1024[sample] のハミング窓を用いた FFT
フィルタの切り替え周期	1024[sample](23[ms])

## 5.2 数値実験による有効性の検証

### 5.2.1 評価方法

実験には表5.2に示す6種類の音響信号を用いてPEAQに基づくODGによって評価を行った。条件は表5.3のとおりで、フィルタのパラメータを従来方式では $f_0 = 0.4$ ,  $K = 4$ とし、提案方式では $L = \{3, 5, 7, 9\}$ を切り替えるものとした。

フィルタ選択のためのパラメータ $T$ は各方式ごとに最適な値を求めるため、両方式とも $T = \{10^{-n} | n = 0, 1, 2, 3, 4\}[\%]$ で音質評価を行った。

### 5.2.2 評価

ポストフィルタなし、従来方式、提案方式の $T$ を変化させた時のODGを図5.4に示す。音質比較の基準信号にはエンコード前の原信号を使用した。

提案方式は従来方式に比べ高いODGを実現し、その変化幅も従来方式より小さいことがわかる。これは提案方式の遮断特性が緩やかであるため、よりロバストに量子化雑音の影響を軽減できるためと考えられる。一方で、S6において従来方式の方が音質が優れているのは、この音響信号に対しては提案方式の $L = 9$ よりも遮断周波数の高いフィルタが有効であるためと考えられる。

また、従来方式がタップ長33であるのに対し、提案方式は最大タップ長が9であることから、回路規模の点でも本方式は優れている。

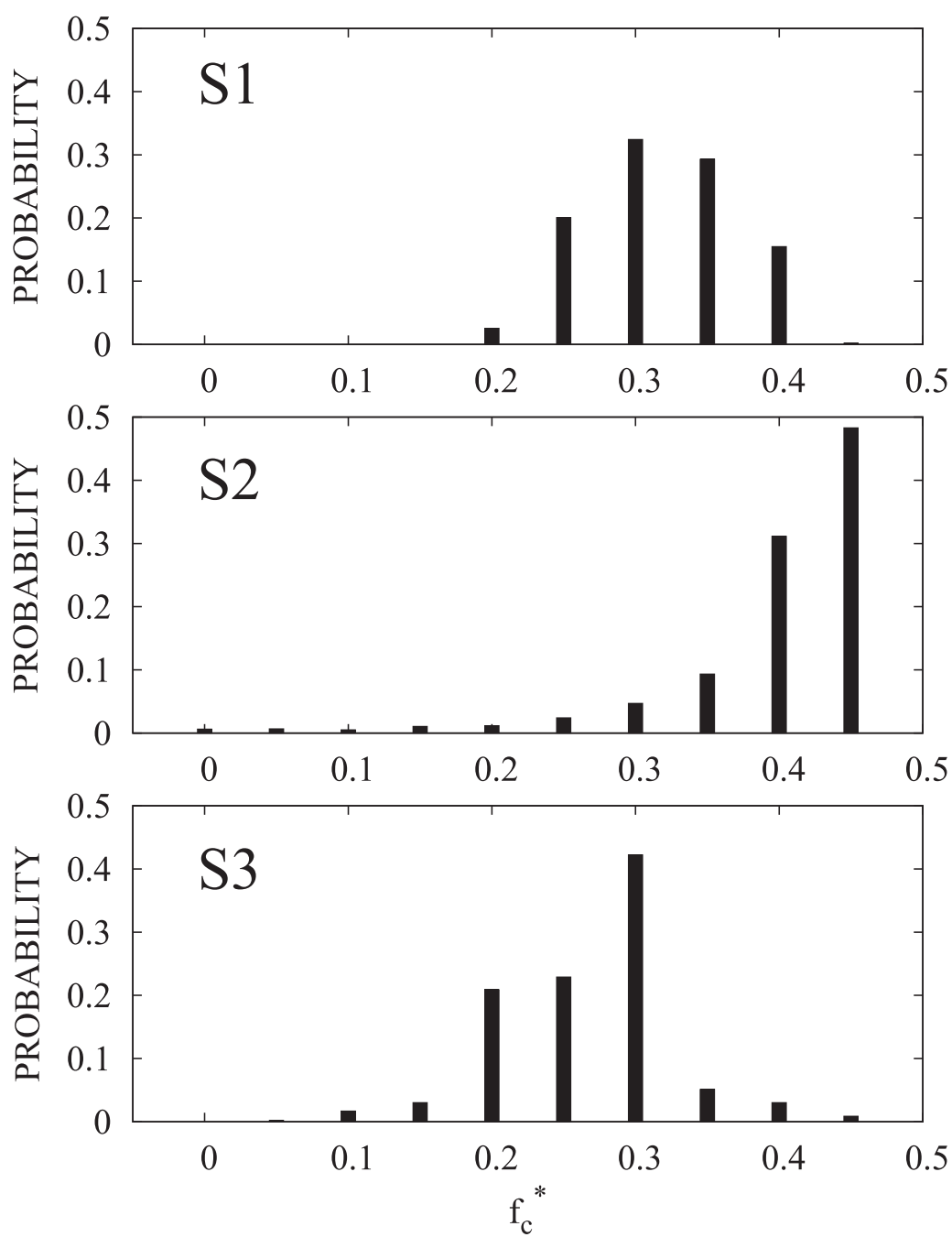


図 5.3: 表 2 の S1-S3 の短期的なカットオフ周波数  $f_c^*$  の度数分布 ( $T = 10^{-3}$  percent)

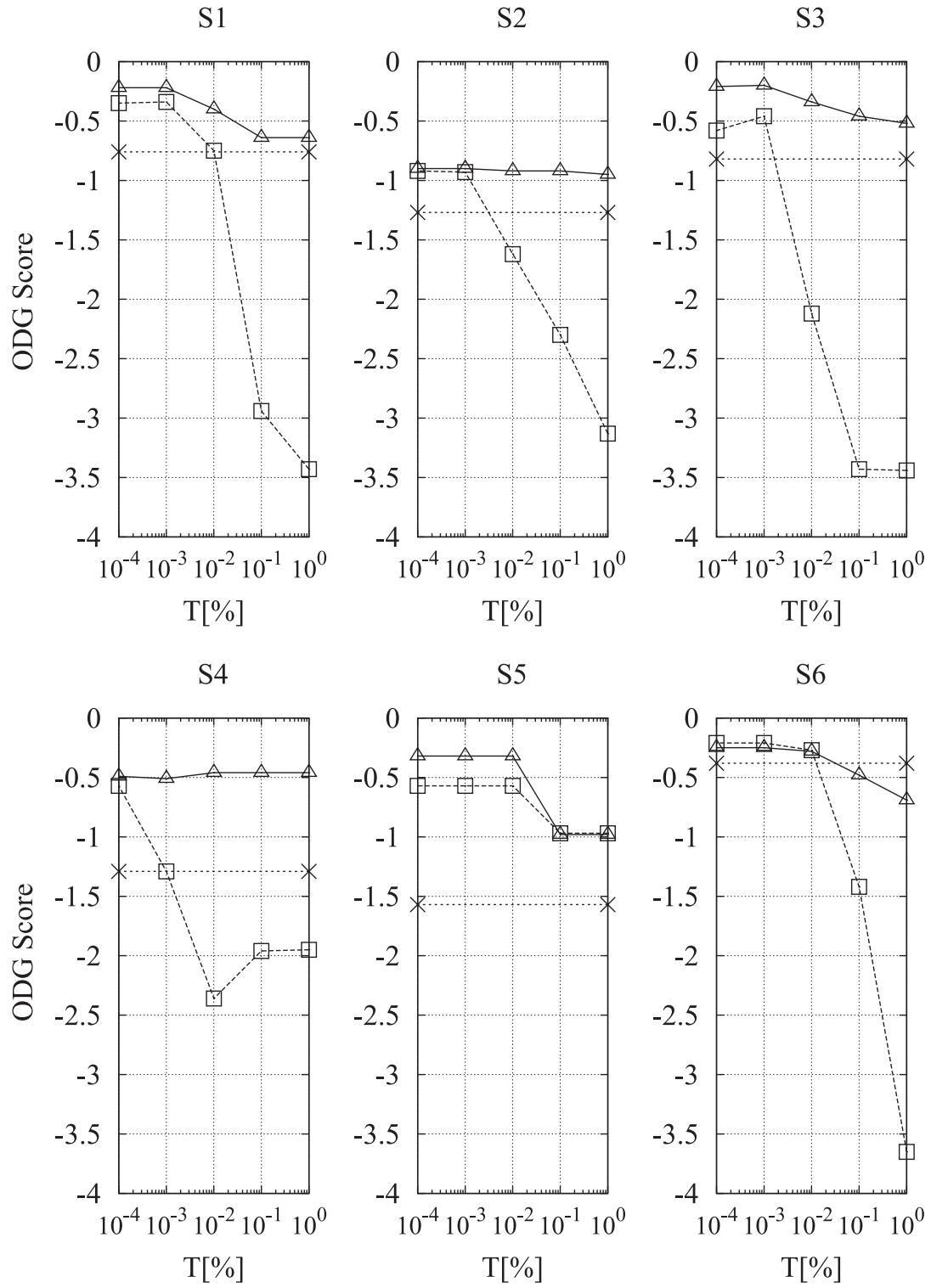


図 5.4: ODG Score(×:ポストフィルタなし, □:従来方式, △:提案方式)

## 第6章 アップサンプリングに起因する折り返し歪みを低減するポストフィルタリングの一考察

### 6.1 ポストフィルタリングの検討

理想フィルタの打ち切りタップ数の変化により、音質スコアがどのように変化するか事前実験を行った。その結果、高周波成分を適度に残す方が良いという山本らの主張に反し、理想フィルタを用いる場合では打ち切り次数が高いほど音質は良くなるという結果が得られた(図6.3, プロット△)。一方で、山本らの手法で設計したインターポレータを用いた場合、理想低域通過フィルタを打ち切ったものよりも高音質となることを確認した(図6.3, プロット×)。

山本らの手法によるフィルタの阻止域リップルは、理想フィルタを同程度の次数になるように打ち切った場合に比してはるかに小さい。また、理想フィルタの打ち切り次数を大きくした場合にも、阻止域のリップルは小さくなる。したがって、次数の低いフィルタを用いた場合の品質劣化は、急峻な遮断特性が実現できないことではなく、阻止域に発生するリップルの影響が大きいと考えられる。このような理由から、リップルにより生じた高周波域の雑音を除去することで、音質が向上すると考えられる。

阻止域のリップルが品質劣化を招くことは、5章でも同様に注目した。5章のフィルタ設計は、阻止域にリップルが発生しない、ナイキスト周波数で



利得が零になる，という高周波域の雑音除去に適したものになっている．アップサンプリングとADPCMエンコードは，高音域にノイズが発生するという観点で類似し，同フィルタはアップサンプリングにも有効であると考えられるため本章では5章で提案したポストフィルタをインターポレーションフィルタ後段のポスト処理として用いることを試みる．

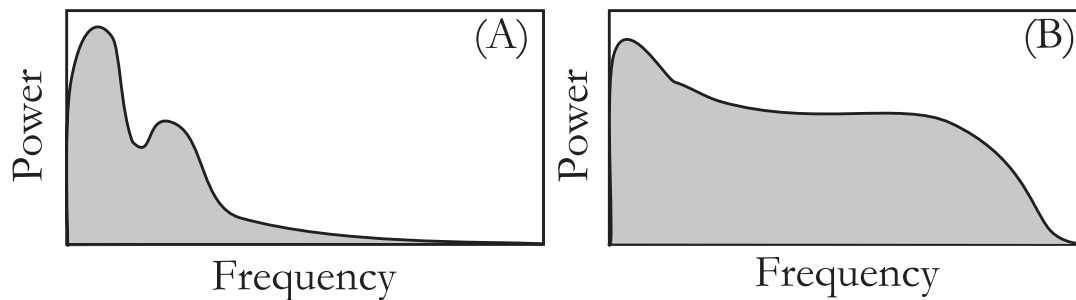


図 6.1: 原信号の周波数特性の一例

5章のポスト処理では原信号の短期的周波数特性に応じたフィルタの選択をしており，本章でも同様にフィルタの選択を行うものとする．これは，フィルタを一定窓ごとに切り替えることにより，通過域の信号を過剰に遮断することを防ぐ事ができるためである．例えば，図 6.1(A) のように低域にパワーが集中している場合，図 5.2 の  $L = 3$  のような遮断周波数が低いフィルタを用いることで，折り返し歪みをより多く除去できる．一方，図 6.1(B) のような高周波域まで広く成分が存在している場合，カットオフ周波数が低いフィルタを用いてしまうと，通過域の信号を過剰に遮断してしまうことによる音質劣化を招いてしまう．

## 6.2 数値実験による有効性の検証

### 6.2.1 実験条件

本章ではサンプリングレート変換の比率は $M=2$ を用いる．実験に使用する楽音は5章の表5.2と同様で，音質評価のブロック図は図6.2に示すとおりである． $D(z)$ はデシメーションフィルタで $I(z)$ はインターポレーションフィルタである．なお，PEAQ音質評価手法の基準信号はリサンプリング前の原信号とする．

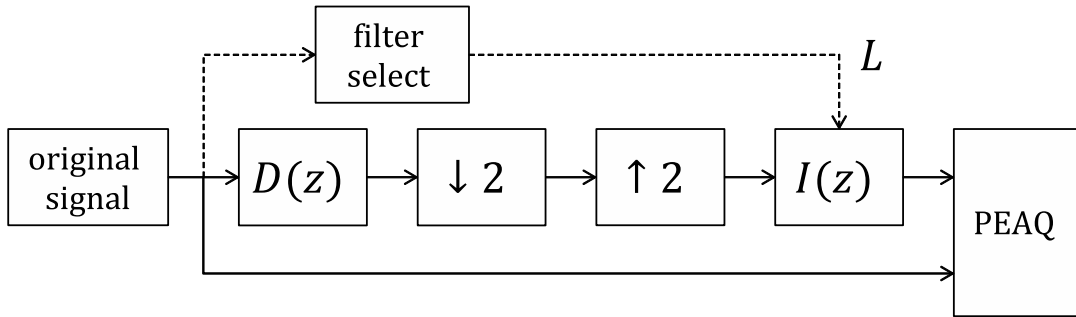


図 6.2: 音質評価のブロック図．破線部は提案手法のみ必要である．

実験ではインターポレーションフィルタ  $I(z)$  を

1. 山本らの手法  $K(z)$
2. 理想フィルタ打切り
3. 理想フィルタ打切りとポストフィルタリングの併用

の3種類の手法でODGを比較する．

手法(1)では，文献[33]と同じ条件である  $P(s) = 1$ ,  $F(s) = 1/((1+0.70223s)(1+7.0223s))$ , サンプル周期  $h = 1$ , 遅れステップ  $m = 2$  を用いる．この時  $K(z)$  は7次のIIRフィルタとなる．

手法(2), (3)については理想フィルタを  $\{2^n - 1 | n = 3, 4, 5, \dots, 10\}$  で打ち切った場合の評価を行う．

提案手法である手法(3)の実験条件を表6.1に示す．なお，フィルタ選択のためのパラメータ $T = 10^{-4}[\%]$ はADPCMに対するポストフィルタの実験で最も音質の向上した値である．

デシメーションフィルタ $D(z)$ は理想フィルタを1023タップで打ち切ったものを全ての手法で用いた．

表 6.1: 提案手法の実験条件

項目	条件
選択するフィルタ $L$	$\{3, 5, 7, 9\}$
フィルタ選択パラメータ $T$	$10^{-4}[\%]$
ステレオ処理	各々のチャンネルを独立して扱う
周波数解析	1024[sample]のハミング窓を用いたFFT
フィルタの切り替え周期	1024[sample](23[ms])

## 6.2.2 実験結果と考察

手法(2)では長いタップ長のものほど音質が向上すること，手法(2)よりも手法(1)の方が高音質となることについては，1節で述べたとおりである．

手法(2)と手法(3)を比較すると，S4とS5の一部を除きポストフィルタを用いたものの音質が向上しており，ポストフィルタの有効性が確認できる．手法(1)と手法(3)を比較すると，アップサンブラで十分な長さのタップ長を用いた場合は，手法(3)は手法(1)と同程度の音質になっていることが分かる．

## 6.3 まとめ

インターポレーションフィルタの音質を向上させるには，遮断特性よりもリプル特性が重要であることを考察した．特に，阻止域のリプル特性を改善するためにADPCMのポストフィルタとして提案した手法をアップサン

ブラに対するポストフィルタとして用いることで音質が向上することをPEAQ客観評価手法により確認した。単純な後段処理である本提案手法は、既存システムに変更を加える必要が無いいため産業応用が容易である特徴がある。遮断特性は音質にあまり影響を与えないというPEAQに基づく数値実験によって得られた知見に対する理由の考察や検証、最適なインターポレーションフィルタの検討は今後の課題とする。

5章と同様の問題点として、エンコーダでフィルタの選択を行っているため、付加情報を送信する必要がある。付加情報を必要としない方法は今後の研究課題とする。また、山本らの手法や提案手法はフィルタリング後の量子化を考慮していないため、考察とその観点での改良も今後の研究課題とする。

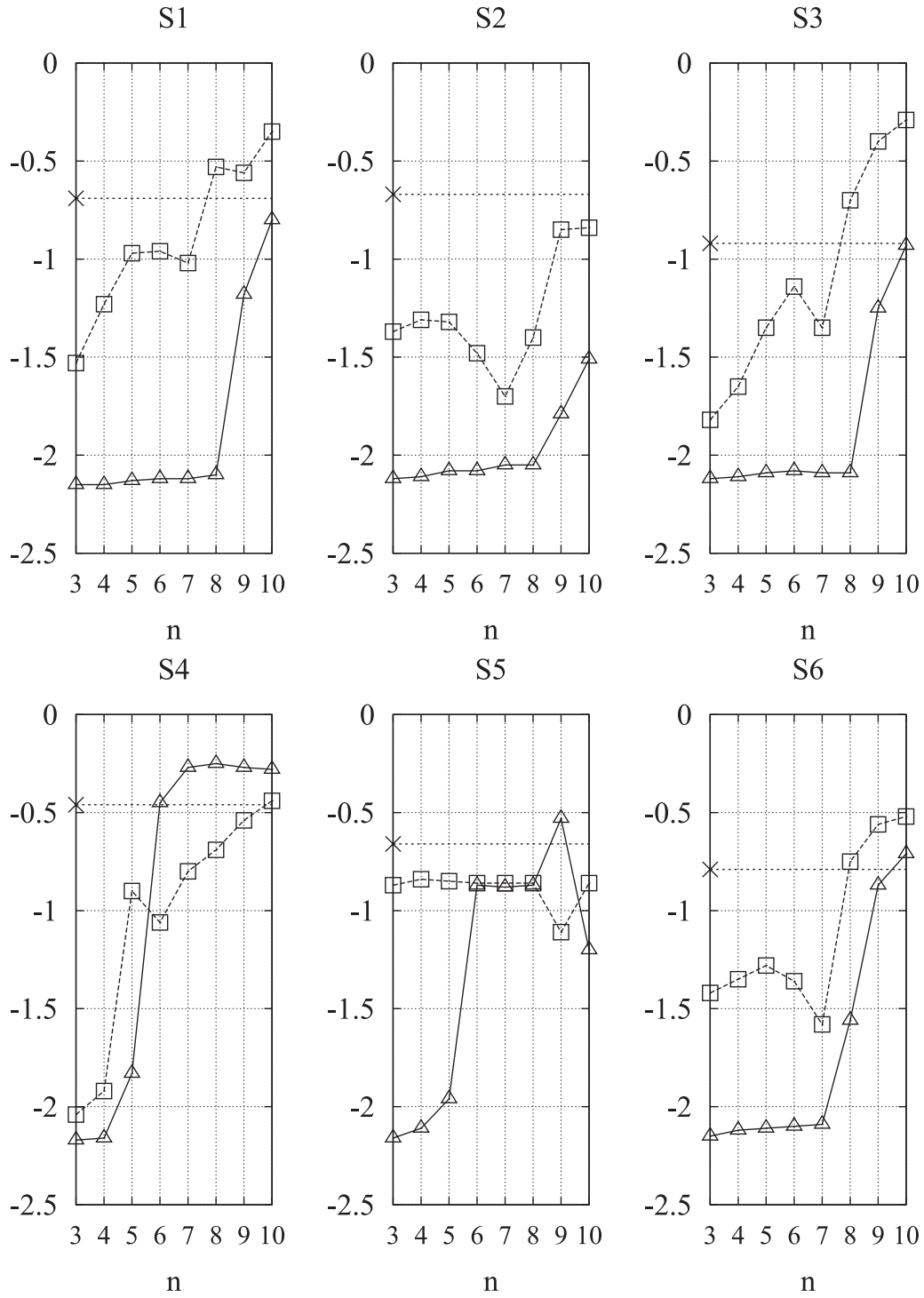


図 6.3: ODG Score.  $\times$ : [手法1] 山本らの手法,  $\triangle$ : [手法2] 理想フィルタ打切り,  $\square$ : [手法3] 理想フィルタ打切りとポストフィルタの併用. タップ長:  $2^n - 1$

## 第7章 結論

### 7.1 画像フィルタ

本論文では、従来の平均値保存型画像フィルタの画像曲面モデルに三角多項式の非線形性を導入し、画素数に対して一般化された設計法を提案した。設計法によるフィルタが高い性能を実現することを数値実験および主観評価によって確認した。また、設計法によるフィルタの極限 $L \rightarrow \infty$ が理想補間フィルタに一致することを証明し、理想補間フィルタもまた平均値保存型フィルタであることを示した。さらに、平均画素法による縮小を考慮した別の設計法である補正Lanczosフィルタとの違いを補間画像曲面の幾何学的特性と周波数特性において比較した。

### 7.2 音響フィルタ

ADPCMエンコードされた楽音について、原信号の周波数スペクトルとエンコード時に発生する量子化雑音の関係を考察したうえで、楽音の音質を向上させるポストフィルタの設計法を提案した。従来方式であるJayantの方式に用いられているフィルタの代わりに設計法によるフィルタを用いることで、音質がより向上することをPEAQに基づくODGスコアによって数値的に示した。また、提案したポストフィルタのメカニズムが折り返し歪みの除去に対しても有効であることを議論し、アップサンプリング後のポストフィルタとして用いることで音質が向上することをODGによって示した。

また、インターポレーションフィルタの遮断特性の重要性は低く、リップル特性が音質に大きく影響することを確認した。

## 参考文献

- [1] R.C. Gonzalez, R.E. Woods, “Digital Image Processing (3rd Edition),” Prentice Hall (2007)
- [2] Ken Turkowski, “Filters for Common Resampling Tasks,” Graphics Gems I, Academic Press, pp.147-165 (1990)
- [3] C. Brni, G.D. Pillo and G. Koch, “Bilinear Systems: An Appealing Class of ‘Nearly Linear’ Systems in Theory and Applications,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-19, no.4, pp.334-348 (1974)
- [4] 榎並和雅, 八巻英明, 八木伸行, 村上敬之助, “画像信号の幾何学的変換のための補間フィルタと画質に関する一考察,” 電子情報通信学会論文誌 D, vol.J69-D, no.11, pp.1617-1623 (1986)
- [5] R.G. Keys, “Cubic Convolution Interpolation for Digital Image Processing,” IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-29, no.6, pp.1153-1160 (1981)
- [6] Claude E. Duchon, “Lanczos Filtering in One and Two Dimensions,” Journal of Applied Meteorology, vol. 18, pp.1016-1022 (1979)
- [7] 森屋和喜, “平均画素法に基づき縮小された画像データに対する補間手法の検討と考察,” 筑波大学システム情報工学研究科博士学位論文 (2013)
- [8] 加藤洋一, “平均値分離型ブロック符号化方式の符号化効率改善,” 昭62信学総全大, 1158 (1987)
- [9] 木原良彦, 伊東晋, 宇都宮敏男, “隣接ブロックの平均値を用いた最適線形補間法とそのブロック符号化への応用,” 信学技報, CS87-120 (1987)
- [10] 井沢裕司, 木村淳一, 滝沢正明, “静止画像の階層的符号化における画質改善の一検討,” 画像符号化シンポジウム (PCSJ87), pp.47-48 (1987)



- [11] 伊東 晋, 木原 良彦, 嶋田 光一, 山口 昇, 宇都宮 敏男, “画像の階調数選択形ブロック符号化方式,” 電子情報通信学会論文誌 B, vol.J71-B, no.12, pp.1528-1536 (1988)
- [12] 渡邊 敏明, 大関 和夫, “平均値を用いた交流成分予測方式の一検討,” 画像符号化シンポジウム (PCSJ89), pp.29-30 (1989)
- [13] 高橋 隆史, 徳永 隆治, “画像のブロック平均値から交流成分を予測する高速演算アルゴリズム,” 電子情報通信学会論文誌 D-II, vol.J81-D-2, no.4, pp.778-780 (1998)
- [14] 徳永 隆治, “フラクタルと画像処理－差分力学系の基礎と応用－,” コロナ社 (2002)
- [15] 星月 優佑, 田中英智, 客野 一樹, 徳永 隆治, “ブロック中心値補正及び直流成分保存型フィルタによる交流成分予測の改良,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J92-A, no.1, pp.62-66 (2009)
- [16] 森屋 和喜, 星月 優佑, 小島 悠貴, 客野 一樹, 徳永 隆治, “交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの構成,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J92-A, no.9, pp.644-650 (2009)
- [17] 小島 悠貴, 森屋 和喜, 星月 優佑, 客野 一樹, 徳永 隆治, “交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの改良—1 係数族による解析—,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J92-A, no.12, pp.999-1008 (2009)
- [18] 森屋 和喜, 小島 悠貴, 客野 一樹, 徳永 隆治, “平均縮小された画素に対する最適補間フィルタの構成,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J95-A, no.12, pp.822-825 (2012)
- [19] Kiyoharu Aizawa, Takashi Komatsu, Takahiro Saito, “A scheme for acquiring very high resolution images using multiple cameras,” IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol.ICASSP-3, pp.289-292 (1992)
- [20] R.R. Schultz, R.L. Stevenson, “Extraction of high-resolution frames from video sequences,” IEEE Transactions on Image Processing, vol.TIP-5, no.6, pp.996-1011 (1996)

- [21] 木村誠聡, 田口亮, 村田裕, “ファジールールに基づく信号細部変化を保存する補間手法,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J83-A, no.9, pp.1099-1108 (2000)
- [22] 志村厚, 荒川薫, 田口亮, “ $\varepsilon$ -フィルタを用いたエッジ効果の生じない高周波数成分推定を伴うデジタル画像拡大法の提案,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J86-A, no.5, pp.540-551 (2003)
- [23] 岡本泰明, 田口亮, 徳田正満, “データ依存型 Biasing を伴う補間法によるデジタル画像の高解像度化,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J89-A, no.7, pp.619-628 (2006)
- [24] 松本信幸, 井田孝, “画像のエッジ部の自己合同性を利用した再構成型超解像,” 電子情報通信学会論文誌 D, vol.J93-D, no.2, pp.118-126 (2010)
- [25] 森屋和喜, 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治, “交流成分予測に基づく平均値保存型フィルターの改良—オーバー・アンダーシュートに起因する歪みの除去—,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J93-A, no.6, pp.433-439 (2010)
- [26] 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治, “交流成分予測に基づく平均値保存型フィルターの改良—デリンギングフィルタによる画像鮮鋭化—,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J94-A, no.3, pp.218-221 (2011)
- [27] “40, 32, 24, 16 kbit/s Adaptive Differential Pulse Code Modulation (ADPCM),” ITU-T Recommendation G.726 (1990)
- [28] “5, 4, 3 and 2 bits sample Embedded Adaptive Differential Pulse Code Modulation (ADPCM),” ITU-T Recommendation G.727 (1990)
- [29] IMA Digital Audio Focus and Technical Working Groups, “Recommended Practices for Enhancing Digital Audio Compatibility in Multimedia Systems (Revision 3.00),” tech. rep., Interactive Multimedia Association, Annapolis, Maryland (1992)
- [30] Microsoft Corporation, “Microsoft Multimedia Standards Update (Revision 3.0),” (1994)
- [31] N. S. Jayant, “Adaptive Post-Filtering of ADPCM Speech,” The Bell System Technical Journal, vol.60, no.5, pp.707-717 (1981)

- [32] ITU-R BS1387-1, “Method for objective measurements of perceived audio quality,” (2001)
- [33] Y. Yamamoto, M. Nagahara, “Digital filter design with optimal analog performance,” Kyoto University International Symposium (2001)
- [34] 山本裕, 原辰次, “サンプル値制御理論-I: システムとその表現,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.43, no.8, pp.436-443 (1999)
- [35] 山本裕, 原辰次, “サンプル値制御理論-II: 周波数応答とその計算,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.43, no.10, pp.561-568 (1999)
- [36] 原辰次, 山本裕, “サンプル値制御理論-III: 最適制御問題とその解放,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.43, no.12, pp.660-668 (1999)
- [37] 藤岡久也, 原辰次, 山本裕, “サンプル値制御理論-IV: 最適制御問題の一般化,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.44, no.2, pp.78-86 (2000)
- [38] 藤岡久也, 原辰次, 山本裕, “サンプル値制御理論-V: 実システムへの応用と数値計算法,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.44, no.4, pp.223-231 (2000)
- [39] 山本裕, 藤岡久也, 原辰次, “サンプル値制御理論-VI: デジタル信号処理への応用,” システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, vol.44, no.6, pp.336-343 (2000)
- [40] 永原正章, “サンプル値  $H^\infty$  制御理論によるマルチレートデジタル信号処理,” 京都大学情報学研究科修士学位論文 (2000)
- [41] JIS X 9204:2004, 高精細カラーデジタル標準画像 (XYZ/SCID)

## 謝辞

本研究を行うにあたって、研究を行う機会を与えて頂き、多くのご指導、ご助言を頂いた筑波大学システム情報系情報工学域教授の徳永隆治先生に深い感謝の意を表します。さらに、本論文の審査にあたって貴重な助言を頂いた筑波大学システム情報系情報工学域の工藤博幸教授、山本幹雄教授、河辺徹教授、伊藤誠教授に深謝し御礼申し上げます。最後に、本研究を進めるにあたって惜しめない協力をして頂いた、倉成智久君らカオス研究室の皆様にも改めて感謝の意を表します。

## 付録A 画像フィルタに関する研究の付録

### A.1 $L = 5$ における $\tau$ の一次関数 $g(\tau)$

$u_5(x)$ のアフィン近似は,

$$\hat{u}(t) = C + (b_0 + B_{5,1}b_1 + B_{5,2}b_2)t$$

ただし,

$$\begin{aligned} b_0 &= -\frac{\sqrt{5}}{10}\Delta_1 + \frac{5+\sqrt{5}}{20}\Delta_2 \\ &\quad + \frac{5(5+\sqrt{5})}{16\pi}(\Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2)\tau, \\ b_1 &= \frac{2(1+\sqrt{5})\pi}{25}\Delta_1 - \frac{(1+\sqrt{5})\pi}{25}\Delta_2 \\ &\quad - \frac{(1+\sqrt{5})^2}{8}(\Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2)\tau, \\ b_2 &= (\Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2)\tau. \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned} g(\tau) &= -\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{2(1+\sqrt{5})\pi B_{5,1}}{25} \\ &\quad + \left( \frac{5(5+\sqrt{5})}{16\pi} - \frac{(1+\sqrt{5})^2 B_{5,1}}{8} + B_{5,2} \right) \tau. \end{aligned} \tag{A.1}$$

また, 線形方程式 $g(\tau_1) = 1$ および $g(\tau_2) = \frac{1}{2}$ を解くことで,

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{8\pi(-50 - 5\sqrt{5} + (4 + 4\sqrt{5})\pi B_{5,1})}{25((-25 - 5\sqrt{5}) + (12 + 4\sqrt{5})\pi B_{5,1} - 16\pi B_{5,2})} \\ &\simeq 0.189, \\ \tau_2 &= \frac{8\pi(-25 - 5\sqrt{5} + (4 + 4\sqrt{5})\pi B_{5,1})}{25((-25 - 5\sqrt{5}) + (12 + 4\sqrt{5})\pi B_{5,1} - 16\pi B_{5,2})} \\ &\simeq -0.203 \end{aligned}$$

を得る。

## A.2 $\tau$ による $L = 7$ の一係数族

$$u_7(x) = a_0 + b_0x + \sum_{k=1}^3 (a_k \cos \frac{2\pi kx}{7} + b_k \sin \frac{2\pi kx}{7})$$

ただし,

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 0.143 & 0.143 & 0.143 & 0.143 \\ 0.296 & 0.184 & -0.066 & -0.266 \\ 0.328 & -0.073 & -0.296 & 0.205 \\ 0.395 & -0.356 & 0.246 & -0.088 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ \Delta H_1^+ \\ \Delta H_2^+ \\ \Delta H_3^+ \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 0.121 & -0.218 & 0.272 \\ -0.057 & 0.807 & -0.519 \\ 0.497 & -0.462 & 0.142 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -0.177 & -0.088 & 0.118 \\ 0.421 & 0.210 & -0.281 \\ -0.259 & -0.130 & 0.173 \\ 0.250 & 0.125 & -0.167 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta H_1^- \\ \Delta H_2^- \\ \Delta H_3^- \end{pmatrix}$$

尚, 画素値の和および差を

$$\Delta H_i^\pm = H_i \pm H_{-i}$$

と表記している.

### A.3 1 係数予測式の $\lambda = \frac{1}{4}$ に相当する三角多項式による平均値保存型フィルタのパラメータ $\tau$

$L = 5$  の場合,  $u_2(t)$  のアフィン近似は

$$\tilde{u}_2(t) = \mu(0) + (b_0 + B_{5,1}b_1 + B_{5,2}b_2)t. \quad (\text{A.2})$$

ただし,

$$\begin{aligned} b_0 &= -\frac{\sqrt{5}}{10}\Delta_1 + \frac{5+\sqrt{5}}{20}\Delta_2 \\ &\quad + \frac{5(5+\sqrt{5})}{16\pi}\left(\frac{\Delta_1}{2} - \frac{\Delta_2}{4}\right)\tau, \\ b_1 &= \frac{2(1+\sqrt{5})\pi}{25}\Delta_1 - \frac{(1+\sqrt{5})\pi}{25}\Delta_2 \\ &\quad - \frac{3+\sqrt{5}}{4}\left(\frac{\Delta_1}{2} - \frac{\Delta_2}{4}\right)\tau, \\ b_2 &= \left(\frac{\Delta_1}{2} - \frac{\Delta_2}{4}\right)\tau, \\ B_{L,k} &= 6\left(\frac{L}{\pi k}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{L}k\right) - \frac{6L}{\pi k} \cos\left(\frac{\pi}{L}k\right). \end{aligned}$$

一係数予測式 (2.17) に  $\lambda = 0.25$  を代入して式 (A.2) と比較することで

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{16\pi \left( (44 + 13\sqrt{5})\pi - 60\sqrt{2(5+\sqrt{5})} \right)}{750\sqrt{10(5+\sqrt{5})} - 325(5+\sqrt{5})\pi} \\ &\simeq 0.0647644 \end{aligned}$$

と計算される.



## A.4 画像フィルタ一覧

### A.4.1 インパルス応答 $h(t)$

以下は，インパルス信号  $\delta(t)$  を入力したときの時間応答である．

平均値フィルタ

$$h(t) = \frac{1}{L} \text{rect}\left(\frac{1}{L}t\right)$$

$L$  は参照サンプル数， $L=1$  を用いる補間は一アレストネイバー補間と呼ばれる．

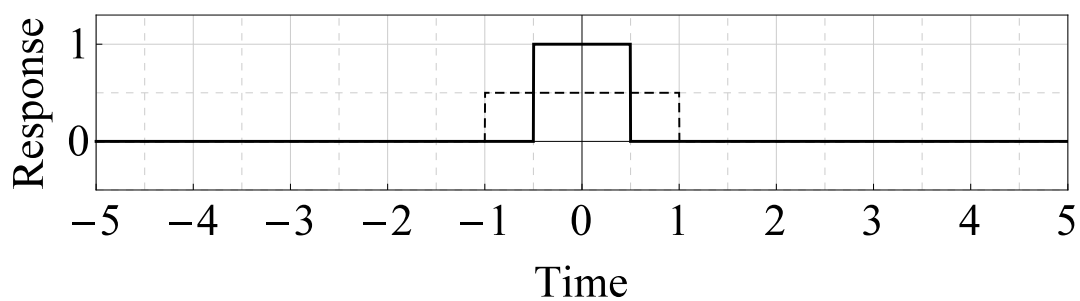


図 A.1: 平均値フィルタ (実線:  $L=1$ , 破線:  $L=2$ )

### バイリニアフィルタ

$$h(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| < 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

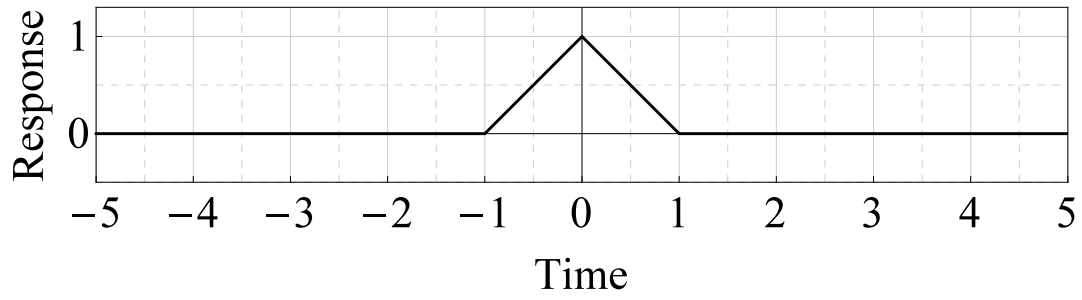


図 A.2: バイリニアフィルタ

### バイキュービックフィルタ

$$h(t) = \begin{cases} (\kappa + 2)|t|^3 - (\kappa + 3)|t|^2 + 1, & |t| < 1, \\ \kappa|t|^3 - 5\kappa|t|^2 + 8\kappa|t| - 4\kappa, & 1 \leq |t| < 2, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$\kappa$  は補間特性を調整する係数.

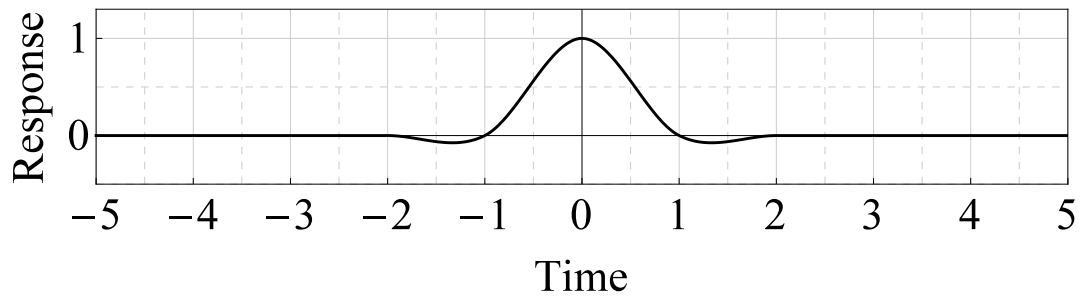


図 A.3: バイキュービックフィルタ ( $\kappa = -\frac{1}{2}$ )

### Lanczos フィルタ

$$h(t) = \begin{cases} \text{sinc}(t)\text{sinc}(\frac{2t}{L}), & |t| < \frac{L}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$L$  は参照サンプル数.

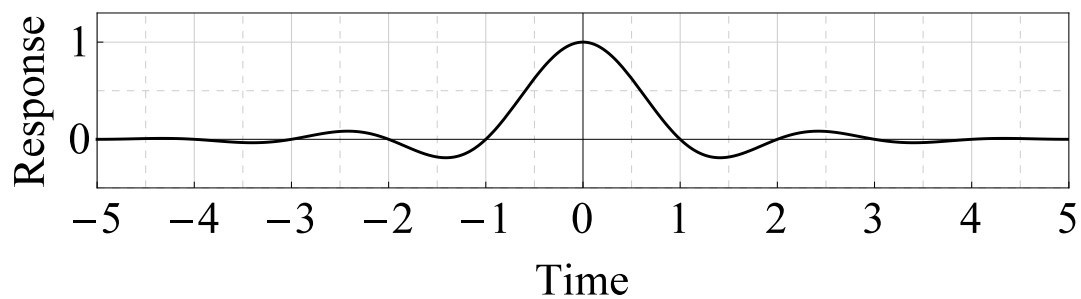


図 A.4: Lanczos フィルタ ( $L = 10$ )

### 理想低域通過フィルタ

$$h(t) = \text{sinc}(t)$$

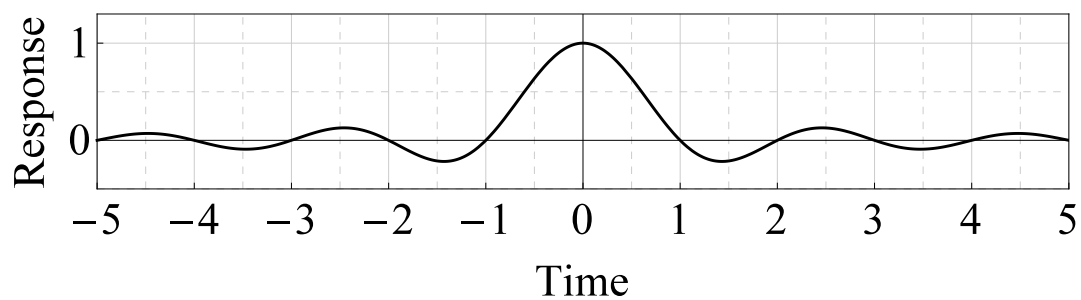


図 A.5: 理想低域通過フィルタ

$L = 5$  の平均値保存型フィルタ  $\lambda = \frac{1}{4}$  のフィルタのインパルス応答は

$$\hat{h}(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2}, \\ -\frac{|t|-1}{\lambda+1}, & \frac{1}{2} \leq |t| < \frac{3}{2}, \\ \frac{(1-\lambda)(|t|-2)}{4(\lambda+1)}, & \frac{3}{2} \leq |t| < \frac{5}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

である．そこから対応する三角多項式による平均値保存型フィルタ  $\tau \simeq 0.0648$  のインパルス応答を計算すると

$$h(t) \simeq \begin{cases} 0.2 + 0.427584 \cos(\frac{2\pi t}{5}) + 0.528523 \cos(\frac{4\pi t}{5}), & |t| < \frac{1}{2}, \\ -0.00029858 + 0.200299|t| \\ +0.132131 \cos(\frac{2\pi(|t|-1)}{5}) - 0.770924 \sin(\frac{2\pi(|t|-1)}{5}) \\ -0.427584 \cos(\frac{4\pi(|t|-1)}{5}) - 0.0323822 \sin(\frac{4\pi(|t|-1)}{5}) & \frac{1}{2} \leq |t| < \frac{3}{2}, \\ 0.900299 - 0.350149|t| \\ -0.345923 \cos(\frac{2\pi(|t|-2)}{5}) + 0.385462 \sin(\frac{2\pi(|t|-2)}{5}) \\ +0.163322 \cos(\frac{4\pi(|t|-2)}{5}) + 0.0161911 \sin(\frac{4\pi(|t|-2)}{5}) & \frac{3}{2} \leq |t| < \frac{5}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

となる．

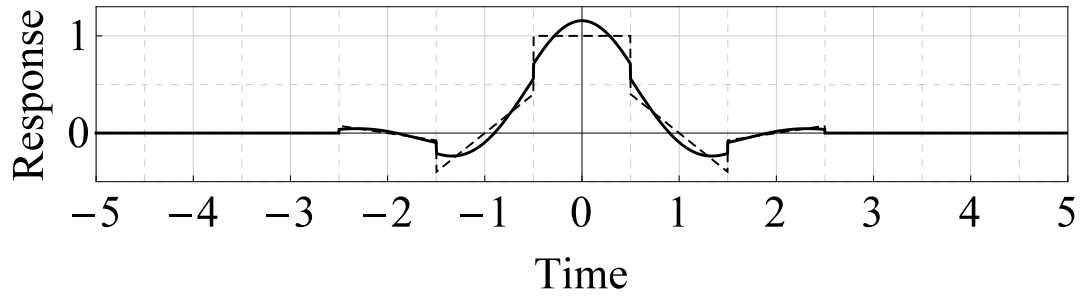


図 A.6: 1 係数  $\lambda$  による平均値保存型フィルタ (破線:  $\lambda = \frac{1}{4}$ ) およびそれに対応する三角多項式による平均値保存型フィルタ (実線:  $\tau \simeq 0.0648$ )

$L = 7$  の平均値保存型フィルタ  $\tau = -0.04$  の場合，インパルス応答は

$$h(t) \simeq \begin{cases} 0.142857 + 0.295536 \cos(\frac{2\pi t}{7}) \\ + 0.32802 \cos(\frac{4\pi t}{7}) + 0.394578 \cos(\frac{6\pi t}{7}), & |t| < \frac{1}{2}, \\ 0.270775 + 0.21425|t| \\ + 0.184264 \cos(\frac{2\pi(|t|-1)}{7}) + 0.0738967 \sin(\frac{2\pi(|t|-1)}{7}) \\ - 0.295536 \cos(\frac{4\pi(|t|-1)}{7}) - 0.507636 \sin(\frac{4\pi(|t|-1)}{7}) \\ + 0.246015 \cos(\frac{6\pi(|t|-1)}{7}) + 0.01 \sin(\frac{6\pi(|t|-1)}{7}) & \frac{1}{2} \leq |t| < \frac{3}{2}, \\ -0.285643 - 0.350149|t| \\ - 0.065763 \cos(\frac{2\pi(|t|-2)}{7}) - 0.798897 \sin(\frac{2\pi(|t|-2)}{7}) \\ - 0.345923 \cos(\frac{4\pi(|t|-2)}{7}) + 0.456936 \sin(\frac{4\pi(|t|-2)}{7}) \\ + 0.163322 \cos(\frac{6\pi(|t|-2)}{7}) + 0.005 \sin(\frac{6\pi(|t|-2)}{7}) & \frac{3}{2} \leq |t| < \frac{5}{2}, \\ 0.943439 - 0.266861|t| \\ - 0.266269 \cos(\frac{2\pi(|t|-3)}{7}) + 0.507966 \sin(\frac{2\pi(|t|-3)}{7}) \\ + 0.204517 \cos(\frac{4\pi(|t|-3)}{7}) - 0.135412 \sin(\frac{4\pi(|t|-3)}{7}) \\ - 0.0878018 \cos(\frac{6\pi(|t|-3)}{7}) - 0.00666667 \sin(\frac{6\pi(|t|-3)}{7}) & \frac{5}{2} \leq |t| < \frac{7}{2}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

となる。

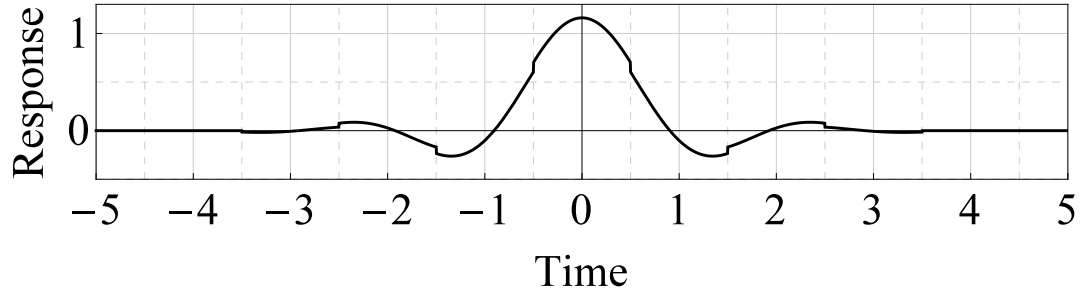


図 A.7: 平均値保存型フィルタ ( $L = 7, \tau = -0.04$ )

補正 Lanczos フィルタ  $L = 10$  の場合，インパルス応答は

$$\begin{aligned}
 h(t) \simeq & \frac{35 \cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{96\pi^2 t^6} - \frac{35 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{96\pi^2 t^6} + \frac{7 \sin\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{30\pi t^5} - \frac{7 \sin\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{20\pi t^5} \\
 & - \frac{7 \cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{100t^4} - \frac{5 \cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{8\pi^2 t^4} + \frac{63 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{400t^4} + \frac{5 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{8\pi^2 t^4} \\
 & + \frac{21\pi \sin\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{500t^3} + \frac{\sin\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{2\pi t^3} - \frac{14\pi \sin\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{1125t^3} - \frac{\sin\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{3\pi t^3} \\
 & + \frac{\cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{15t^2} + \frac{7\pi^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{5625t^2} + \frac{5 \cos\left(\frac{4\pi t}{5}\right)}{2\pi^2 t^2} - \frac{3 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{20t^2} \\
 & - \frac{63\pi^2 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{10000t^2} - \frac{5 \cos\left(\frac{6\pi t}{5}\right)}{2\pi^2 t^2}
 \end{aligned}$$

となる．

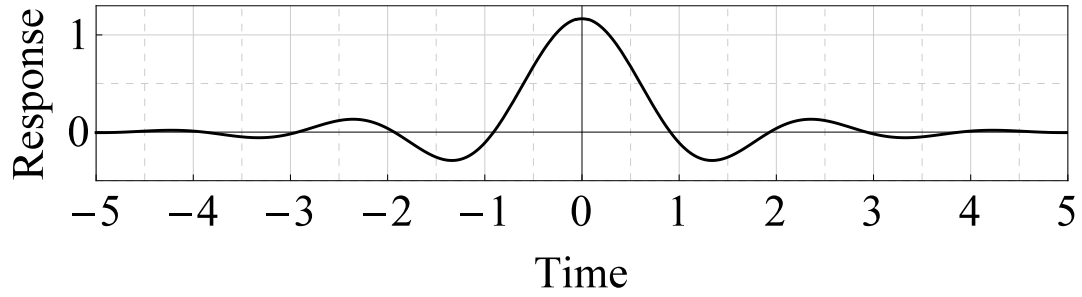


図 A.8: 補正 Lanczos フィルタ ( $L = 10$ )

平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ

$$h(t) = \frac{(\psi'(\frac{1+2t}{4}) - \psi'(\frac{3+2t}{4})) \cos(\pi t)}{4\pi} + \frac{(-\psi(\frac{1+2t}{4}) + \psi(\frac{3+2t}{4})) \sin(\pi t)}{2}$$

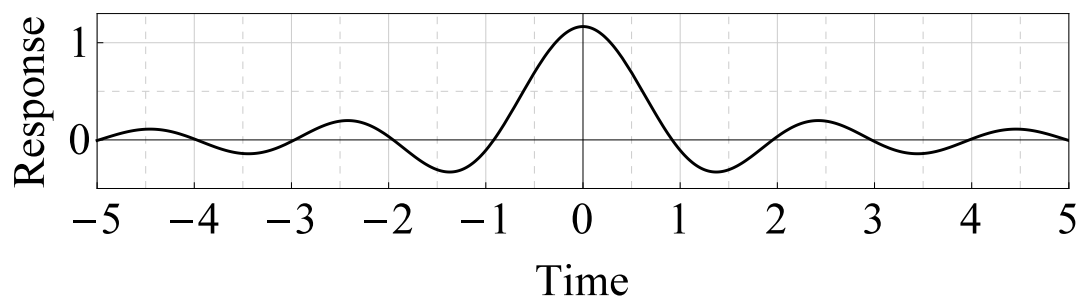


図 A.9: 平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ

#### A.4.2 周波数応答 $H(f)$

以下は，インパルス応答  $h(t)$  をフーリエ変換することで得られる周波数応答である．

平均値フィルタ

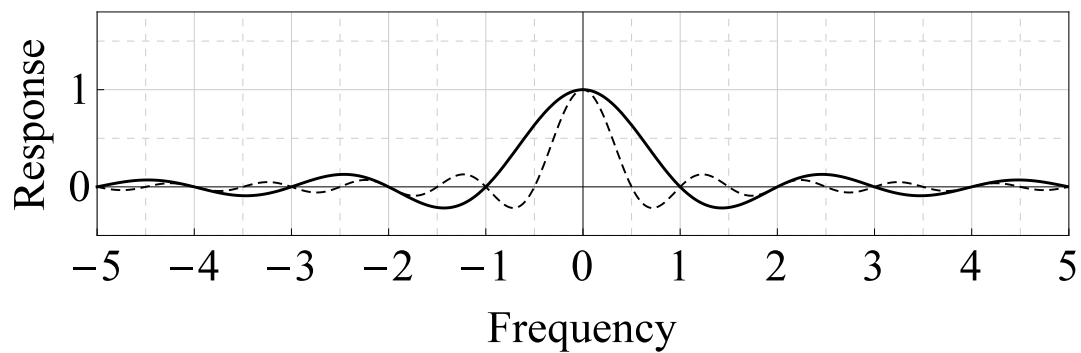


図 A.10: 平均値フィルタ (実線:  $L = 1$ , 破線:  $L = 2$ )



バイリニアフィルタ

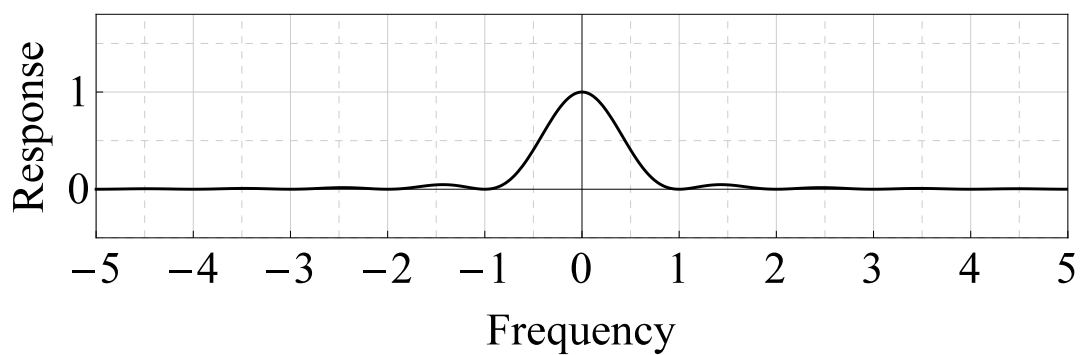


図 A.11: バイリニアフィルタ

バイキュービックフィルタ

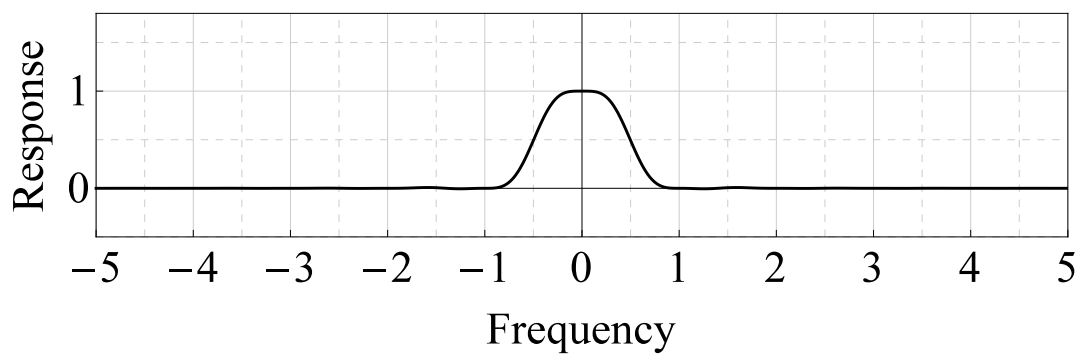


図 A.12: バイキュービックフィルタ ( $\kappa = -\frac{1}{2}$ )

### Lanczos フィルタ

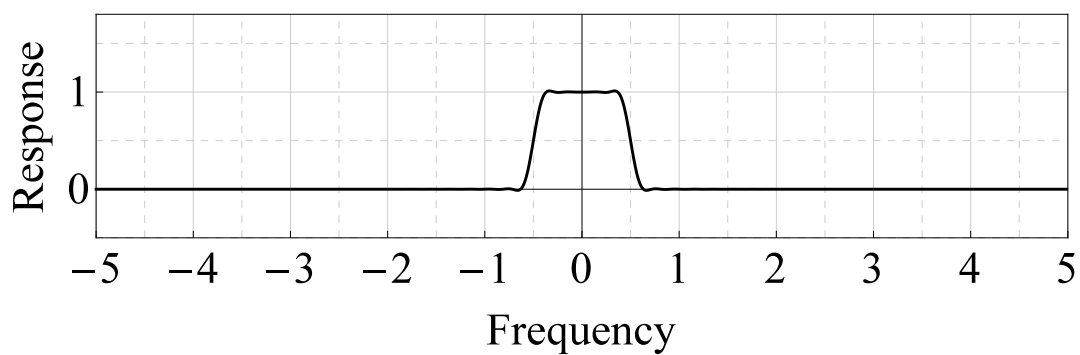


図 A.13: Lanczos フィルタ ( $L = 10$ )

### 理想低域通過フィルタ

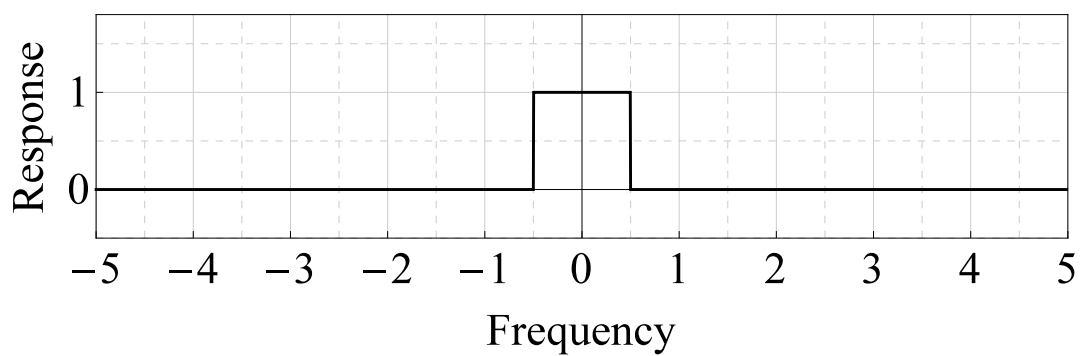


図 A.14: 理想低域通過フィルタ

$L = 5$  の平均値保存型フィルタ

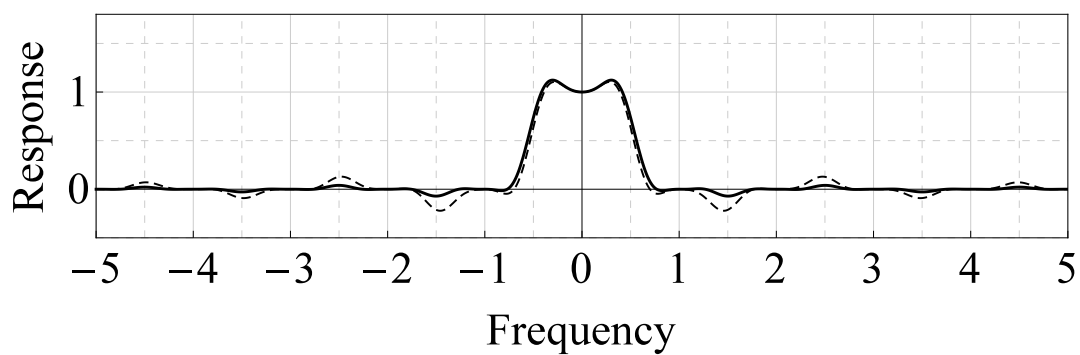


図 A.15: 1 係数  $\lambda$  による平均値保存型フィルタ (破線:  $\lambda = \frac{1}{4}$ ) およびそれに対応する三角多項式による平均値保存型フィルタ (実線:  $\tau \simeq 0.0648$ )

$L = 7$  の平均値保存型フィルタ

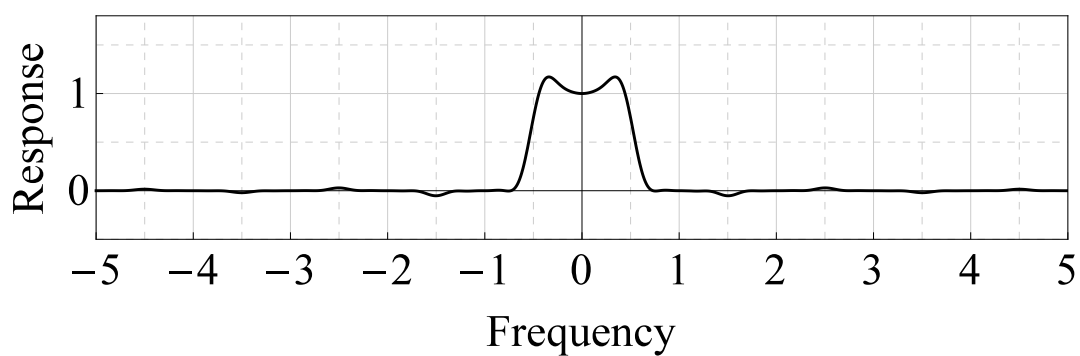


図 A.16: 平均値保存型フィルタ ( $L = 7, \tau = -0.04$ )

### 補正 Lanczos フィルタ

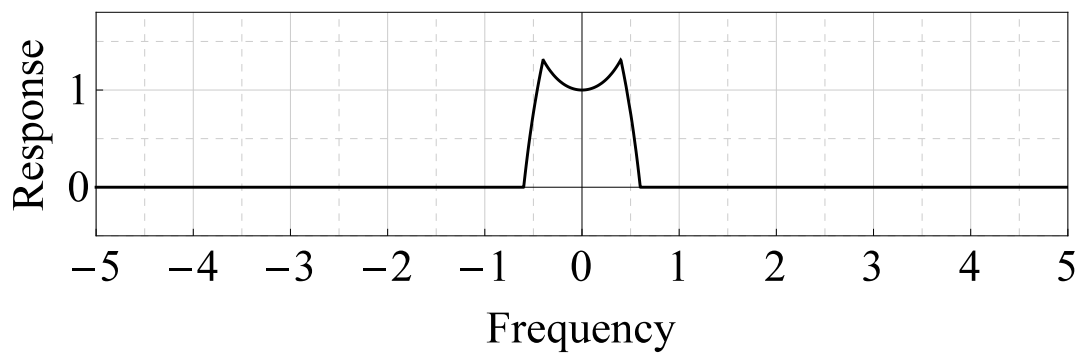


図 A.17: 補正 Lanczos フィルタ ( $L = 10$ )

### 平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ

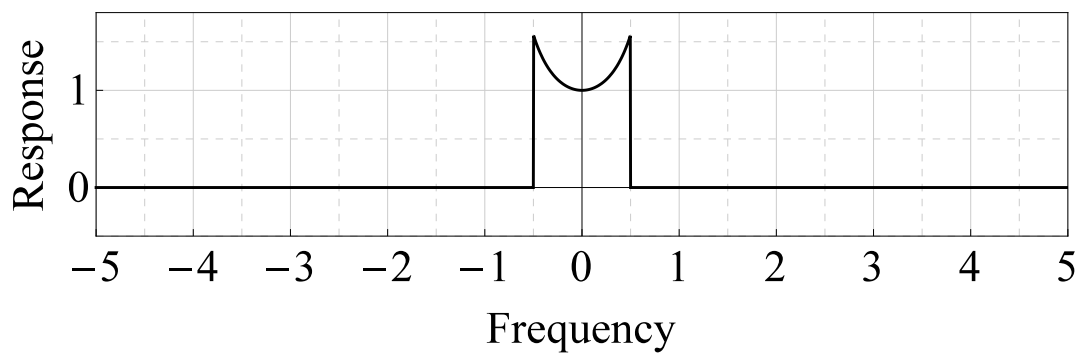


図 A.18: 平均画素法で縮小されたデータに対する理想補間フィルタ

## 付録B 研究業績一覧

### B.1 本論文に関する研究業績

1. 倉成智久, 小島悠貴, 澤幡 著, 徳永隆治,  
“アップサンプリングに起因する折り返し歪みを提言するポストフィルタリングの一考察,”  
電子情報通信学会論文誌 A, (accepted)
2. 小島悠貴, 倉成智久, 徳永隆治,  
“ADPCM再生信号の主観的品質を向上させるポストフィルタリングの一考察,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J97-A, no.9, pp.614-617 (2014)
3. 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“周波数領域における平均値保存型フィルタの考察,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J97-A, no.5, pp.369-377 (2014)
4. 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“三角多項式による平均値保存型画像フィルタの設計,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J95-A, no.11, pp.773-782 (2012)

### B.2 その他の研究業績

1. 三島嶺, 小島悠貴, 徳永隆治,  
“JPEG-LS 8 ビットニアロスレスモードにおける色座標変換の提案,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J97-A, no.5, pp.387-390 (2014)

2. 柴田泰晴, 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“JPEG-LSニアロスレスモードに関する一考察—GPGPUによるスカラー量子化器の高速化—,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J96-A, no.1, pp.67-70 (2013)
3. 森屋和喜, 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“平均縮小された画素に対する最適補間フィルタの構成,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J95-A, no.12, pp.822-825 (2012)
4. 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの改良—デリングングフィルタによる画像鮮鋭化—,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J94-A, no.3, pp.218-221 (2011)
5. 森屋和喜, 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの改良—オーバー・アンダーシュートに起因する歪みの除去—,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J93-A, no.6, pp.433-439 (2010)
6. 小島悠貴, 森屋和喜, 星月優佑, 客野一樹, 徳永隆治,  
“交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの改良—1係数族による解析—,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J92-A, no.12, pp.999-1008 (2009)
7. 森屋和喜, 星月優佑, 小島悠貴, 客野一樹, 徳永隆治,  
“交流成分予測に基づく平均値保存型フィルタの構成,”  
電子情報通信学会論文誌 A, vol.J92-A, no.9, pp.644-650 (2009)